

高三数学一轮复习存在的问题 及应对措施的研究

——以“基本不等式及其应用”的一轮复习为例

宋玉婵 浙江省义乌市义亭中学 322005

[摘要] 当前,高三数学一轮复习主要存在的问题有:复习目标不明确、复习定位不准确、师生地位不合理等.文章以“基本不等式及其应用”的一轮复习为例,具体谈一谈如何设计一轮复习教学,以激活学生的思维,提高学生的解题能力,并从如下三方面讲一些思考:复习应立足教材,注重复习计划的制定,关注学习方法的指导.

[关键词] 一轮复习;基本不等式;思维

高三一轮复习以基础知识与技能、基本思想与方法等的复习为主,主要涵盖基本题型的求解、错题集的整理以及思维习惯的培养等,这是基于学生原有认知夯实知识基础的过程^[1].然而,当前仍有部分教师对一轮复习的认识还存在偏差,出现了复习方向不明确、复习内容偏离正轨等现象.

为此,笔者针对当前高三一轮复习情况进行了研究,罗列出几个问题,同时以“基本不等式及其应用”的一轮复习为例,具体谈一谈如何设计一轮复习教学,并且讲几点思考.

高三一轮复习存在的问题

1. 复习目标不明确

高三阶段教学任务重,有些教师为了省事,直接照本宣科地进行复习,忽视每一节课具体的教学目标.由

于缺乏明确的教学目标,课堂教学内容就由大量习题堆砌而来,整个教学过程缺乏目的性,课堂也因过于随意而缺乏系统性与针对性,缺乏明确的计划与实施过程.

2. 复习定位不准确

有些教师不理解一轮复习的真正内涵,认为复习课就是习题课,只要带领学生进行解题训练就可以了.殊不知,一轮复习的关键在于夯实知识基础,对概念、定理等的理解与记忆尤为重要,这对促进学生思维的发展具有重要意义.还有些教师不清楚一轮复习和二轮复习的区别,在一轮复习时就进行高难度的解题训练,将知识挖得太深,把大量的时间与精力都花在难题的解决中,无法将知识的纵横联系完整地建立起来.

3. 师生地位不合理

部分教师在一轮复习时采取“一

言堂”的方式教学,完全忽略了学生在课堂中的主体性地位.学生在这种模式的课堂中,只能被动地接受教师灌输的知识,而自主探究、合作学习、思考感悟的机会少之又少,导致复习效果不理想,教学效率低下.其实,数学应是自主思考的产物,学生只有真正进入思考状态,才能形成独特的见解,提升学习能力^[2].

教学简录

1. 开宗明义,揭露主题

复习课与新授课最大的区别在于学生有没有认知基础,复习课不需要像新课一样想方设法吸引学生的注意力,也不需要借助丰富的情境激发学生的探索欲.在复习教学中,一般采取单刀直入的方式揭露复习主题,让学生在最短时间内明确复

作者简介:宋玉婵(1984—),本科学历,中学一级教师,从事高中数学教学工作.

习内容.

本节课伊始,笔者借助PPT展示近些年高考试卷中出现的关于基本不等式求最值的问题,以引起学生对基本不等式的重视.

设计意图 真题的展示,不仅突出了基本不等式的重要性,还有效激发了学生学习的兴趣与动力.

2. 循序渐进,自主学习

课前要求学生完成如下导学案.

(1)若 $a, b \in \mathbf{R}^+, ab=1$,求 $a+b$ 的最小值.

(2)若 $a, b \in \mathbf{R}^+, a+b=1$,求 ab 的最大值.

(3)说一说以下结论对不对,为什么?

①在 $x>0, x \neq 1$ 时, $\ln x + \frac{1}{\ln x} \geq 2$;

②在 $x>0$ 时, 函数 $f(x) = \frac{1}{x} + x^2 \geq 2\sqrt{x}$, 当且仅当 $x^2 = \frac{1}{x}$, 也就是 $x=1$ 时取等号, 因此该函数的最小值是2;

③函数 $f(x) = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ 的最小值是2.

师:在完成导学案的基础上,请说说你的结论.

生1:根据“ $ab=1$ ”可得 $a+b$ 的最小值是2;根据“ $a+b=1$ ”可得 ab 的最大值是 $\frac{1}{4}$.

生2:问题(3)中的第①问, $\ln x$ 可以取负数, 因此结论不对;第②问中的 x^2 和 $\frac{1}{x}$ 的乘积并非定值, 不可以直接用基本不等式来求最值, 因此该结论是错误的;第③问中的取等号的条件并不成立, 因此这个结论也是错误的.

设计意图 导学案起着思维热身的作用, 学生自主解决问题时, 调动大脑中关于基本不等式求最值的基本方法, 温习“一正二定三相等”的含义.

3. 例题分析, 深入探究

复习课所选用的例题需要经过精选细挑, 要与学情、教情、考情相匹配, 让学生通过由浅入深的问题探索, 完善认知结构, 建构知识体系. 在本节课中, 笔者选择如下经典问题与学生一起探索.

问题1 (1)求函数 $y = x + \frac{1}{x-1}$ ($x>1$)的最小值;

(2)求函数 $y = \frac{x^2+4-x}{x-1}$ ($x>1$)的最小值;

(3)求函数 $y = \frac{4}{1-x} + \frac{1}{x}$ ($0<x<1$)的最小值.

师:以上都是以一元函数为背景, 借助基本不等式来求最值的问题. 从“配凑法”出发, 不难发现第(1)问的最小值为3, 该怎样求第(2)问呢?

生3:将第(2)问中的 (x^2-x) 转化成 $x(x-1)$, 可得 $y = \frac{x(x-1)+4}{x-1} = x-1 + \frac{4}{x-1} + 1 \geq 5$, 当且仅当 $x=3$ 时可取等号, 因此本题所求的最小值是5.

师:将第(1)问中的函数表达式通分, 可得该式与第(2)问中的式子类似, 都属于高低次分式结构. 反过来思考, 我们可以从逆向分解化简的角度出发, 将 $y = \frac{x^2+4-x}{x-1}$ 化简. 想要直接分解确实有一定的难度, 大家想一想, 是否有更好的处理方法?

生4:从换元的角度来分析, 设 $t = x-1>0$, 就有 $y = \frac{(t+1)^2 - (t+1) + 4}{t} = \frac{4}{t} + t + 1$, 应用基本不等式即可获得最小值.

师:不错, 通过换元等价化简函数表达式, 从本质上来说, 就是用“配凑法”求最值的过程, 我们可将这种方法作为处理高低次分式问题的通法, 那么第(3)问该如何处理呢?

生5:该函数表达式经过通分, 也能形成高低次分式, 借鉴以上处理这一类问题的通法, 先换元化简, 而后配凑, 则能快速获得最值.

师:很好! 有其他意见吗?

生6:我发现 $x+(1-x)=1$, 因此能用“常量代换法”求解, 也就是 $y = [x+(1-x)] \left(\frac{4}{1-x} + \frac{1}{x} \right) = \frac{4x}{1-x} + \frac{1-x}{x} + 5 \geq 9$, 当且仅当 $x = \frac{1}{3}$ 时取等号.

师:不错, 通法虽具有普适性, 但不一定适合所有问题, 如第(3)问, 用通法来求解偏烦琐. 鉴于此, 我们应归纳总结特殊情况, 尽可能选择更加合理的方法来处理问题, 让解题变得快捷、精准. 如“已知和是定值, 求倒数和的最值”的问题, 就可以通过“常量代换法”来解决.

师:再比如, 在 $a=x, b=1-x$ 的情况下, 我们就可以将问题转化成大家所熟悉的, 类似于“若 $a+b=1$ ($a>0, b>0$), 求 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值”的问题. 由此我们可以看出, 对于二元或多元问题, 减元是行之有效的解题方法.

变式题:求函数 $y = \frac{1}{-2x+3} + \frac{2}{x}$ ($0<x<\frac{3}{2}$)的最小值.

设计意图 此过程带领学生探讨高低次分式问题的求解通法, 让学生从中感知这一类问题的本质, 进一步强化学生对“配凑法”的掌握程度, 为形成良好的解题技巧奠定基础.

问题2 (1)若 $(a-1)(b-1)=1, a>0, b>0$, 则 $a+b$ 的最小值是多少?

(2)若 $2a+6+b=ab, a>0, b>0$, 则 $a+b$ 的最小值是多少?

师:请大家尽可能从多角度来思考和求解第(1)问.

生7:用“配凑法”可得 $a+b = (a-1) + (b-1) + 2 \geq 4$, 当且仅当 $a=b=2$ 时取等号.

师:你所提的式子中有 $(a-1)$ 与 $(b-1)$, 它们都是正数吗?

(学生沉默)

师:问题所给的条件有“ $a>0, b>0$ ”, 我们该怎样应用这个条件呢?

生8:先展开等式 $(a-1)(b-1)=1$,

得到 $ab-a-b=0$,再将这个等式转成 $b=\frac{a}{a-1}>0$,此时就能证明 $(a-1)$ 为正数.

同理可知 $(b-1)$ 也为正数.通过“减元法”可得 $a+b=a+\frac{a}{a-1}=a-1+\frac{1}{a-1}+2\geq 4$,当且仅当 $a=b=2$ 时取等号.

生9:还可以在 $(a-1)(b-1)=1$ 的两边同时除以 ab ,得到 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$,借助“常量代换法”获得结论.

生10:展开等式 $(a-1)(b-1)=1$,可得 $a+b=ab\leq\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$,由此也能够顺利求出 $a+b\geq 4$.

师:很好!大家各抒己见、合作交流,获得了多种常见解法.对于第(2)问,又该如何处理呢?

生11:观察发现,第(2)问中的式子与第(1)问的展开式是同类型的,因此,以因式分解的方式可将 $2a+6+b=ab$ 转化成 $(a-1)(b-2)=8$,再用“配凑法”求解;还可以分离出 $b=\frac{2a+6}{a-1}$,借助“减元法”求解.

生12:将 $2a+6+b=ab$ 配凑成 $a+b+6=a(b-1)$,则 $a+b-1\geq 2\sqrt{a(b-1)}=2\sqrt{a+6+b}$,设 $t=a+b>0$,也就是 $t-1\geq 2\sqrt{t+6}$,解出 $t\geq 4\sqrt{2}+3$,获得结论.

生11和生12的想法都得到了热烈掌声.

变式题:如果 $a+b+\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=10$, $a>0$, $b>0$,则 $a+b$ 的最大值是多少?

设计意图 二元最值问题是近些年的考查热点.经典例题的展示与变式的应用,意在激活学生的思维,挖掘学生的潜能,让学生自主发现更优的解题思路,并总结相应的解题方法,达到触类旁通的能力.

几点思考

1. 复习应重视教材的利用

教材是教学的载体,是系统学习

的根本.高三一轮复习的重点在于夯实基础,因此教师应重视教材的开发与利用,让学生从整体系统的角度梳理知识结构,了解各个概念、定理、法则等处于知识网的什么节点,在整个数学体系中具有怎样的作用,等等.

想要利用好教材,教师本身就要研读教材,充分了解编者的意图与知识所蕴含的数学思想方法,为扫除学生的知识盲点奠定基础.在一轮复习中,“懂而不会”的现象时常发生,这其实是对基础概念、定义、定理等的认知不足引起的,基础不扎实会导致不良学习恶性循环.

2. 注重复习计划的制定

学习必须有计划性,复习教学同样离不开计划的精心设定,这是提高学习效率的基本保障.教师应结合学情与考纲要求,从全面、系统、灵活等角度出发,制定详实可行的复习计划.但有些教师容易高估学生的实际认知水平与探究经验,从而制定不切实际的复习计划.事实证明,好高骛远的复习计划只能是纸上谈兵,无法保障教学任务顺利完成.一轮复习计划的制定必须以夯实基础为导向,将培养学生的思维与解题习惯作为宗旨^[3].

有些学生过于自负,日常练习常常忽视解题过程的书写,直接呈现答案,从而因格式不全、解题过程不完整等被扣分;有些学生缺乏信心,不管是作业还是练习都想得到正确答案,忽视对错误根源的追溯,因此无法解开一些问题的症结;还有些学生缺乏良好的读题和审题习惯,导致解题能力一直较为低下.以上几类问题若不在一轮复习中彻底解决掉,则会造成严重的后果.

鉴于此,教师应认真分析学生真实存在的问题,根据学情将教学反思、学习反思、提炼数学思想方法、错题溯源、纠错整理、习惯培养等纳入

复习计划中,从真正意义上提升学生的学习能力.

3. 关注学习方法的指导

教育家第斯多惠倡导,学习者应时常回顾所学知识,并牢固地记住它们,这比贪学更多的新知更重要.这句话阐释了复习的重要意义.一轮复习并不是严格按照教材目录依次重复讲解所学知识,而应结合具体情况重组教材,对学生进行必要的学法指导,让学生边复习、边总结、边成长.

在一轮复习中,教师可将学生所接触的题目分成三类:①规定时间内学生能快速准确地解决;②学生可独立解决,但比较慢;③学生经过思考,但依然不会解决.面对不同难度的题目,教师需要采取不一样的复习方法作指导,具体来说:第①类题目,可不作为复习内容;第②类题目,要从知识难度与学生思维敏捷度等角度来分析学生“慢”的原因,从而有针对性地进行指导,如由于运算繁杂导致学生“慢”,那就要进行运算指导;第③类题目,则要结合考纲要求进行分析,如是否超纲,是否有指导的必要,等等.

总之,高三一轮复习是数学教学的重中之重,教师应结合课标要求,在教材的基础上及时拓展,以夯实学生的知识基础.同时,教师要注重对学生的思维与解题技巧的训练,规范学生的解题过程,提高学生的解题正确率,让学生在二轮复习中全面发展数学学科核心素养.

参考文献:

- [1] 潘云超,武瑞雪.高三数学一轮复习应重视的三个问题[J].教学月刊,2018(03):57-61.
- [2] 阚久义.数学日记在高三理科数学一轮复习中的应用探索[J].数学学习与研究,2018(23):34.
- [3] 成巧凤.提高高三数学复习效果的创新实践[J].高考,2019(09):151.