

高三数学一轮复习课《教学设计案例》 ——数列求和

■丁齐燕

一、学生学习情况分析

数列求和是在学生学习了数列概念,基本掌握了等差、等比数列的定义、基本运算、性质的运用及简单综合问题的基础上进行研究的,涉及的知识点多,综合性强,对学生的运算能力也有一定的要求。因数列求和不单纯是一道求和的问题,很多题目都是未给通项的求和,学生在第一步求通项时不一定能顺利完成,考虑到学生的实际情况,想办法分解难度,本节课的例题设计先从单纯的求和开始,让学生的学习目标单一,专攻重点,再逐步引到“求通项——求和”的常规步骤上来。

二、设计思想

学生是教学的主体,本节课要给学生提供各种参与机会。为了调动学生学习的积极性,使学生化被动为主动,本节课在教学重难点上,步步设问,启发学生的思维,通过课堂练习、探究活动,以学生讨论的方式来加深理解,很好地突破难点和提高教学效率。让

学生在教师的引导下,充分地动手、动口、动脑,掌握学习的主动权。

三、教学目标

知识目标:

- 1.复习等差和等比数列的前 n 项和公式,回忆公式推导过程所用错位相减的思想方法;
- 2.能运用错位相减、裂项相消等重要的数学方法进行求和运算;
- 3.学会分析通项的结构选择合适的求和方法解决非特殊数列求和问题。

能力目标:让学生在解决问题的过程中体会到化归转化、分类讨论、拆并项、局部和整体等数学思想,注重培养学生的分析、计算、总结归纳等能力。

情感态度价值观目标:培养学生合作交流、善于思考的良好品质,激发学生学习数学的积极性。

与自主能力。

例如,必修3“生态系统及其稳定性”课程中,需要构建物质循环和能量流动的生态系统功能,就需要对能量的来源如太阳能这一能量的转换有着深刻认知,通过网络视频或图片的演示得出:太阳能—有机物中的化学能—热能,才能对这一主题体系有深入了解。

其次,主题体系应具备较强的现实意义。高中生物《课标》重点强调高中生物课程理论知识学习,必须与现实生活相结合,生物科学与人类日常生活、医疗、环境、经济等方面息息相关;注重学生从现实生活中学到生物,提倡学生将生物知识引入到实际问题中,加深对生物学的认知,并能将生物学中的一些原理与实际生活相结合,总结出自己对待问题的见解。主题体系的构建应当与学生的实际生活有关,选择发生在学生身边的案例,结合实际生活经验更好地反映出现实生活中存在的客观问题,实际的案例更能调动学生对于知识探究的积极性。

例如,必修2“遗传与进化”中选取“人类遗传病”为主题,研究人类遗传病的概念、原因、特点、危害等,对人类遗传疾病的种类进行分类分析,通过计算患病概率,对遗传病的预防与发现等子体系建立主题体系进行研究。

(六)互联网授课模式也需要采用问答结合的方式

学习中将知识重点放在理论讲解上,会让学生对学习失去探索能力,一味地死记硬背影响教学质量,过于借助网络的力量

量进行视频观看与图片查阅又缺乏理论实践,因此,理论与网授相结合能使教学质量有很大的提升,但是长时间地进行该模式的学习也会丧失原有的效果,在课堂上适当地引入问答模式是活跃课堂气氛与提高学习效率的一味良药。

比如,在学习“光合作用”这一知识点时,教师对知识点做出大体列纲,并提出相应的问题,让学生自己对学习大纲有充分的了解,具体如:教师提问:“影响光合作用的环境因素有哪些?”学生给出答案:“主要有光照强度、 CO_2 浓度、光质、温度这四大要素。”再如教师提问:“农业生产中提高光能利用率采取的方法有哪些?”学生回答:“延长光照时间、增加光照面积、光照强弱的控制、增强光合作用效率、适当提高 CO_2 浓度、适当提高白天温度六大方法。”通过学生自主学习,对问题有了最终答案与结论,教师再加以举例引导纠正,使教学目的得以实现。

三、结束语

学生本身是存在无限学习能力与潜力的,摆脱传统的教学理念,通过网络教学的应用与实践,结合现实案例,并在网络教学的模式中引入更切合实践更有利于提高教学效率的学习细节,能在教师与学生相互配合下使学生主动走入学习探究中,为学生创建开放式的学习环境,提高学生思维能力、解决问题能力等综合能力,培养学生对学习正确态度,同时创新能力与实践能力也得以提升,使高中生物课堂更加丰富化。

(作者单位:四川省成都市华阳中学)

四、教学重点和难点

重点:裂项相消、错位相减法的求和方法。

难点:准确确定求和的具体方案。

五、教学方法 启发式、自主探究相结合

六、教学过程设计

复习旧知、引入新课

(一)主要知识

1. 等差数列的前 n 项和公式: $S_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 等比数列的前 n 项和公式:

□ 当 $q=1$ 时, $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$;

□ 当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(二)主要方法: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

数列求和是高考的重点和热点,考试大纲一般只要求掌握等差数列和等比数列的前 n 项和,但实际上,高考并不限于考查等差数列和等比数列的求和。还有几种求和方法要特别注意:分组求合法、裂项相消法、错位相减法,特别是裂项相消法和错位相减法,在高考中不但考查的频度较高,而且难度也往往较大。本节课就来学习错位相减法和裂项相消法(板书课题)。

例题剖析,巩固新知

例 1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = -\frac{1}{2}n^2 + kn$ (其中 $k \in \mathbf{N}^*$), 且 S_n 的最大值为 8。

(1) 确定常数 k , 并求 a_n ;

(2) 求数列 $\left\{\frac{9-2a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 。

问题情境一:

1. 错位相减法是怎样运算的? 运用了什么数学思想?

(师: 错位相减法的实质是通过乘以原等比数列的公比再两式相减构造一个新的等比数列, 利用等比数列的公式求解。这是转化与化归思想的具体运用。)

2. 用错位相减法求和应注意哪些方面的问题?

(师: 运用错位相减法求和, 一般和式比较复杂, 运算量较大, 易会不易对, 应特别细心, 解题时若含参数, 要注意分类讨论。)

变式训练: 已知数列的通项 $a_n = \frac{n}{2^n}$, 求其前 n 项和。

3. 错位相减法解决哪种类型的数列求和问题?

(师: 如果一个数列的各项是由一个等差数列和一个等比数列的对应项之积构成的, 那么这个数列的前 n 项和即可用此法来求。)

问题情境二:

1. 请同学们思考下列探索性题组中问题的解法(多媒体投影):

求和: (1) $S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)}$;

(2) $S_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \times (2n+1)}$ 。

学生独立思考后, 各小组讨论交流各自的想法, 各小组选代表在全班交流。

2. 通过以上探索性题组我们发现什么结论呢?(学生表述, 教师点评, 补充)

生: 一般的, $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 则:

$$S_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \cdots + \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)。$$

裂项相消多用于分母为等差数列的某相邻项之积, 而分子为常量的分式型数列, 在求和时中间的一些项可以相互抵消, 从而求得和。

例题剖析, 巩固新知

例 2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $a_1 = \frac{1}{3}$, 公比 q 满足 $q > 0$ 且 $q \neq 1$ 。又已知 $a_1, 5a_2, 9a_3$ 成等差数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项;

(2) 令 $b_n = \log_3 \frac{1}{a_n}$, 求 $\frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} + \cdots + \frac{1}{b_n b_{n+1}}$ 的值。

探索提高: (分组讨论解题思路, 教师做适当点拨和引导)

(1) 求数列 $\left\{\frac{1}{n(n+2)}\right\}$ 的前 n 项和。

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}\right\}$ 的前 n 项和。

3. 以上探索得到什么结论? 应该注意什么问题?

(1) 用裂项相消法求和时一定注意消去了哪些项, 还剩下哪些项, 有困难时可多写几项, 然后仔细观察消项规律, 一般余下的项前后的位置是对称的, 余下的项前后的正负项是相反的。

(2) 对于分母是两个二次根式的和, 且被开方数是等差数列的数列, 利用分母有理化, 使分母上的和变成了分子上的差, 从而因中间项相消而可求 S_n 。

尝试练习, 检验成果

1. 若已知一个数列的通项, 如何对其前 n 项求和?(说明使用了哪种方法)

□ $a_n = 3n$; □ $a_n = 3^n$; □ $a_n = 3^n + 2n - 1$; □ $a_n = n(n+1)$;

□ $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$; □ $a_n = n \cdot 3^n$ 。

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n - 1$, 数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 S_n 等于_____。

3. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是各项都为正数的等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 1$, $a_3 + b_3 = 19$, $a_5 + b_5 = 9$, 则数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 本节课主要用到了哪些数学思想?

课外作业: 略

高考链接: 略

(作者单位: 甘肃省金昌市金川总校第二高级中学)