

抓住问题本质 渗透核心素养

——《直线、平面的垂直关系高三一轮复习课》教学设计

王晓丽

(山东省青岛第一中学 266000)

摘要: 在新高考的理念下,以核心的知识及思想方法为主线,以一题多变为形式,通过教师精心的教学设计,引领学生透过不断变化的题目,抓住数学问题的本质,培养学生分析问题,解决问题的能力,进而落实数学核心素养,一堂高效的高三复习课应当以此为目标.

关键词: 问题本质;核心素养;垂直关系;数学文化

中图分类号: G632

文献标识码: A

文章编号: 1008-0333(2021)27-0006-02

一、教学分析

垂直关系是立体几何中两大基本关系之一,让学生通过本节课熟练掌握线线垂直、线面垂直、面面垂直之间的相互转化,是本节课的一个重要任务.依据《课程标准(2017)版》对学生逻辑推理素养及直观想象素养的要求,培养学生能够对与学过的知识有关联的数学命题,通过对其条件与结论的分析,探索论证的思路,选择合适的论证方法予以证明,并能用准确的数学语言表述论证过程.培养学生能够在关联的情境中,想象并构建相应的几何图形;能够借助图形提出数学问题,发现图形与图形、图形与数量的关系,解决实际问题或数学问题.本课为一轮复习课,积极践行新课程理念,通过一些问题的设置,帮助学生构建知识网络,对线线垂直、线面垂直、面面垂直有一个完整的知识框架.并且通过本节课的学习,能够体会重要的几何模型在实际应用中的重要作用,体会“降维”思想在立体几何中的应用.

二、教学目标

1. 理解线面垂直的定义,总结线面垂直的判定方法和性质,形成系统的知识结构.能熟练运用数学定理解决问题,能从实际问题情境中找到符合定理模型的基本元素,证明一些有关垂直关系的简单命题.

2. 在应用定理解决实际问题的过程中,进一步体会转化的思想方法和“降维”思想,体会数学定理作为

一种基本模型的应用价值,提高逻辑推理素养和直观想象素养.

3. 了解《九章算术》中的重要立体几何模型,体会数学文化对当今数学发展的意义和价值.

三、重点、难点

1. 教学重点: (1) 理解线面垂直的定义,总结线面垂直的判定方法和性质,形成系统的知识结构. (2) 能熟练运用数学定理解决问题,能从实际问题情境中找到符合定理模型的基本元素,证明一些有关垂直关系的简单命题.

2. 教学难点: 树立模型意识,能从实际问题中发现模型,应用定理,熟练的解决问题.

四、教学过程

1. 引入

引例 如图1,四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形,侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,且 $PD = CD$,点 E 是 PC 的中点. (1) 证明: $DE \perp$ 面 PBC ; (2) 你还能发现哪些线面垂直关系? 写出并证明你的结论; (3) 你还能发现哪些面面垂直关系? 写出并证明你的结论.

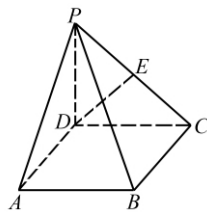


图1

设计意图: 引例是学生非常熟悉的一个四棱锥,里面的线面垂直,面面垂直关系也非常好找.引例中

收稿日期: 2021-06-25

作者简介: 王晓丽(1984.3-),女,山东省青岛人,本科,中学一级教师,从事高中数学教学研究.

的几何体也是例1图形的基础,通过引例为下面变式中垂直关系的进一步研究作好铺垫.通过简单的题目让学生回忆起线面垂直、面面垂直的判定及性质定理,并在课前通过自己复习回顾,查阅课本,构建知识网络.

2. 合作探究

例1 如图2,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形,侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,且 $PD = CD$, E 是 PC 的中点,作 $EF \perp PB$,垂足为 F ,联结 DE, DF, BD, BE .

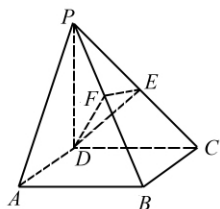


图2

(1) 求证: $PB \perp$ 平面 DEF ;

(2) 试判断: 四面体 $BDEF$ 中

有几个面是直角三角形,并指出其中的直角;

设计意图: 例1的2个小题分别是对线面垂直、线线垂直的判断或证明,让学生进一步掌握线面垂直的判定和性质定理模型及其应用.而且,变式的第2问中的这个四面体也是我们熟悉的模型,四个面都是直角三角形.这是必修2教材中的一个探究问题.这个模型中蕴含着一些重要的线面垂直,线线垂直,面面垂直的关系.通过此题,让学生回扣课本,进一步体会定理的内涵,和三者之间的相互转化关系.同时引导学生体会线面垂直在线线垂直和面面垂直中起到重要的桥梁作用.

变式1 如图3,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形, $\angle BAD = 60^\circ$,且 $PA = PD$, Q 是 AD 的中点.

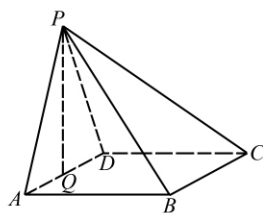


图3

求证: $PB \perp AD$

设计意图: 以例1的四棱锥为基础,让顶点 P 进行移动,移动到 AD 的正上方,底面 $ABCD$ 拉成菱形,得到一个新的四棱锥,让学生在这个几何体中继续探究垂直关系.通过对图形的变式,让学生继续深化证明线线垂直,线面垂直的方法,挖掘题目中可以利用的条件.

变式2 如图4,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形,侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$,在 PC 上找一点 M ,思考: 当点 M 满足什么条件时,平面 $MBD \perp$ 平面 PCD .

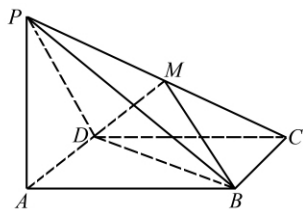


图4

设计意图: 变式2是在变式1的基础上让 P 点继续移

动,移动到使得 PA 垂直于面 $ABCD$,通过变式让学生进一步体会如何找寻面面垂直,线面垂直的判定条件,深化判定定理和性质定理.

变式3 如图5,若底面为平行四边形,面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$,且 $AB = 2\sqrt{2}$, $PB = 4$, $\angle PBC = \frac{2\pi}{3}$, $PC = 2\sqrt{7}$, $BD = 2$.

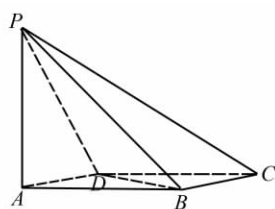


图5

求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 PBD .

设计意图: 变式3是在变式2的基础上,把底面变成平行四边形,又对条件进行了变换,是想让学生体会在变换条件的过程中,如何转化条件,得到自己所证明的结论,加强对数学中转化思想的运用.

在例1中有两个几何体我国古代的数学家很早就有研究,而且它们还拥有自己的名字: 一个是底面为矩形,一条侧棱垂直于底面的四棱锥,它的名字叫“阳马”; 另一个是四个面都为直角三角形的四面体叫“鳖臑”. 关于“阳马”和“鳖臑”,《九章算术·商功》里是这样描述的: “斜解立方,得两堑堵. 斜解堑堵,其一为阳马,一为鳖臑. 阳马居二,鳖臑居一,不易之率也.”

设计意图: 通过“阳马”“鳖臑”的引入,了解我国古代对立体图形的研究方向和方法,体会古代数学家对人类的贡献.同时,也让学生体会到其实我们做的很多立体几何的题目都来源于长方体中,以长方体为载体,通过切割,嵌入,翻折等变化,得到一些新的图形,但是有时如果站在全局的角度看待这些问题,分析其结构特征还原成基本模型,问题也会迎刃而解.

3. 总结感悟

学生自己总结解决空间垂直问题的基本方法,分享自己的感悟,体会这节课所运用到的数学思想方法.

设计意图: 一轮复习课本身就是帮助学生梳理知识脉络,除了做题之外,学生自己的总结反思也十分重要. 所以一堂课下来,应该把时间留给学生,让学生自己整理这堂课的收获. 这样也能培养学生自我梳理知识的习惯.

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [2] 王璐, 卢明. 指向核心素养的教学设计与实施 [J]. 中学教研(数学), 2018(7): 7-10.

[责任编辑: 李 璟]