



落实落细、科学有效

——高三一轮复习提升数学关键能力的思考

江小娟

(江苏省苏州中学,江苏苏州,215007)

摘要:数学关键能力包括:数学阅读能力、数学逻辑思维能力、数学批判性思维能力、数学应用能力和数学创新能力.关键能力既是数学核心素养的基本要素,也是素质教育在高考中的提炼.本文就高三一轮复习落实关键能力的实践探索作些思考.

关键词:高三数学;知识网络;通性通法;高效课堂

高三数学一轮复习的基本理念是:基础与能力并举,思想与方法同行.具体包括:巩固对数学基本概念的准确记忆和实质性的理解;落实对数学基本方法、基本技能的熟练应用;深化对数学基本活动经验的积累;初步系统地理解基本数学思想和方法.那么,如何在高三的一轮复习中落实、落细数学一轮复习的基本理念,科学、有效地发展和培养学生的数学关键能力呢?本文结合笔者所在学校的高三数学复习,谈一点体会与思考.

1 上好每一节课

一轮复习是以知识为载体,帮助学生构建知识网络,关键是“落实、落细”.教师在课堂上通过典型例题帮助学生回顾、整理知识点,强调“点点到位、人人过关”,在教学过程中处理好“基础回归”“典例讲解”“巩固反思”三个环节.具体的措施是:

(1) 树立“深度教学”目标:数学课程深度教学在提升学生数学关键能力时,通过整体探析与理解学科本质,凝练教学目标与主题,借助精心设计的问题,引发学生认知冲突,注重学生在学习过程中的动机生成、情感激发、问题解决、知识建构、方法迁移和思维提升.^[2]

(2) “典型问题”透视:教师采用微专题形式,让学生从“知识—方法—思想”的角度去审视问题,引导学生归纳解题方法、技巧、规律和思想方法.

(3) “高考探变”研究:教师应该在充分研究高考题目的基础上,在知识结构中挖掘“母题”,发现联系,探究考题发展的线索,研究高考的导向性,透视知识点之间的内在联系.

比如,在一节导数的几何意义的复习课中,我们进行了如下的教学设计:

例1(2016·全国2卷理科) 若直线 $y=kx+b$

是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线,也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线,则 $b=$ _____.

探究1:是否存在直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=x^2$ 的切线,也是曲线 $y=\ln x$ 的切线?若存在,这样的直线有几条?并说明理由.若不存在,请说明理由.

探究2:若存在直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=ax^2-1$ ($a>0$) 的切线,也是曲线 $y=\ln x$ 的切线,求实数 a 的最小值.

思考:若存在直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=ax^2-1$ ($a>0$) 的切线,也是曲线 $y=\ln x$ 的切线,且这样的直线有两条,求实数 a 的取值范围.

探究3:是否存在直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=e^x$ 的切线,也是曲线 $y=\ln x$ 的切线?若存在,这样的直线有几条?并说明理由.若不存在,请说明理由.

高考链接:(2019年全国2卷理科)已知函数

$$f(x)=\ln x-\frac{x+1}{x-1}.$$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性,并证明 $f(x)$ 有且仅有两个零点;

(2) 设 x_0 是 $f(x)$ 的一个零点,证明:曲线 $y=\ln x$ 在点 $A(x_0, \ln x_0)$ 处的切线也是曲线 $y=e^x$ 的切线.

以上教学设计,从一道高考题出发,对曲线的公切线问题进行探究,由浅入深,依次研究了:曲线的公切线的条数、含参曲线的公切线的存在性问题、已知曲线公切线求参数范围问题,最后回到高考,让学生体会“探究3”和“2019年高考试题”的异曲同工之妙.教师带着从“高考”出发、再回到“高考”,通过层层探究,综合复习了导数问题的各种基本解题策略:双变量问题的消元思想、分类讨论思想、利用导数研究函数的单调性、导数中的函数构造等.教师在教学的过程中,正是做到了重视设置“深度教学”目标、“典型问题透视”“高考探变”研究,勾起了学生探究

的兴趣和热情,科学的教学设计带来高质量的教学效果,有效地培养了学生的数学关键能力.

2 进行“二次备课”

教师及时进行教学反思,对课程内容进行“二次加工”,是高效课堂的基础.因此,在备课过程中,我们提倡“提前备、再加工”.即教师可以提前三至四天先准备出教案的初稿,再通过资料的查阅、同事的讨论、热点的追踪,对初备的教案进行二次加工,主要进行课堂思路的整理完善、例题习题的筛选重构.经过两次备课的教案,教师上起来更得心应手,学生听起来更条理清晰.高效的课堂必定带来教学的良性循环,这背后是教师加倍的付出.

以下提供一节经过“二备”的课堂教案:

例2(2021·新高考全国I卷) 在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 $F_1(-\sqrt{17}, 0)$ 、 $F_2(\sqrt{17}, 0)$, $|MF_1| - |MF_2| = 2$,点 M 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 设点 T 在直线 $x = \frac{1}{2}$ 上,过 T 的两条直线分别交 C 于 A, B 两点和 P, Q 两点,且 $|TA| \cdot |TB| = |TP| \cdot |TQ|$,求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

引申1:若将条件中的“点 T 在直线 $x = \frac{1}{2}$ 上”改成“点 T 在直线 $x = m$ ($0 < m < 1$) 上”,结论不变.

引申2:若将条件改为“ $k_1 + k_2 = 0$ ”,能否得到“ A, B, P, Q 四点共圆”的结论?

思考:在椭圆、抛物线中是否有类似的结论?即: $|TA| \cdot |TB| = |TP| \cdot |TQ| \Leftrightarrow k_1 + k_2 = 0$.

变式演练:已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{1}{2}$,且经过点 $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设椭圆 E 的右顶点为 A ,点 A 为坐标原点,点 B 为椭圆 E 上异于左、右顶点的动点,直线 $l: x = t$ ($t > a$) 交 x 轴于点 P ,直线 PB 交椭圆 E 于另一点 C ,直线 BA 和 CA 分别交直线 l 于点 M 和 N ,若 O, A, M, N 四点共圆,求 t 的值.

教师可以从优化自己的教学设计入手,采用问题导学,借助有效问题情境的牵动,引领学生自主研究、自我反思,进而促进数学核心素养的积淀,聚焦数学关键能力的提高.^[3]

3 做好知识点归纳总结

教学中要以提高学生数学能力和素养为核心,注重数学思想和方法,帮助学生在构建知识网络,要让学生深刻理解概念、定义、公式、定理,牢固记忆,融会贯通,熟练提取.比如,在“任意角、弧度制及任意角的三角函数”一节课中,在研究角 α 的相关知识点时,可以以表格的形式对知识点做归纳总结,直观清晰,更有利于学生对知识的理解和掌握.课堂总结时,思维导图可以更清晰地展示知识点间的内在逻辑联系.

- α {
- (1) 和 α 终边相同的角 β 的取值集合: $\{2k\pi + d | k \in \mathbf{Z}\}$
 - (2) 象限角、轴线角
 - (3) $1 \text{ rad} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ, 1^\circ = \underline{\hspace{1cm}} \text{ rad}$
 - (4) 在以 α ($0 < \alpha < 2\pi$) 为圆心角,半径为 r 的扇形中: $l = \underline{\hspace{1cm}}, S = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$
 - (5) 若 α 终边上一点 $P(x, y)$, $OP = \sqrt{x^2 + y^2} = r$, 定义: $\sin \alpha = \underline{\hspace{1cm}} \cos \alpha = \underline{\hspace{1cm}} \tan \alpha = \underline{\hspace{1cm}}$
 - (6) α 关于 x 轴、 y 轴、 $(0, 0)$ 、 $y = x$ 的对称角 β 的取值集合

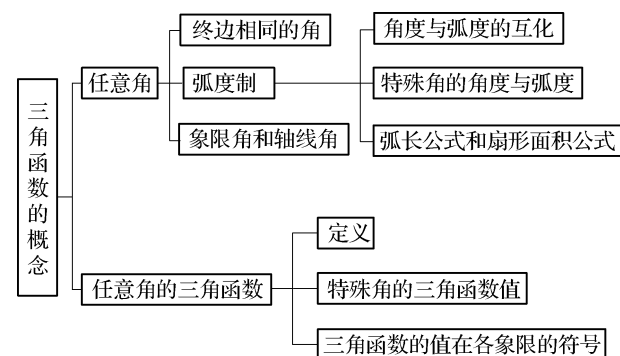


图1

注重学生数学关键能力的培养,让学生能用数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界,用数学的语言表达世界,这是学生能力发展的最终目标,也是新高考数学的根本要求.我们只有在工作中落实、落细各项教学工作安排,科学有效地做好教学研究和学生的管理,才能有效地发展和提高学生的数学关键能力.

参考文献:

- [1] 朱立明.高中生数学关键能力:价值、特质与操作性定义[J].天津师范大学学报(基础教育版),2021(4):49-53.
- [2] 陈惠芳.聚焦数学关键能力 优化课堂教学设计[J].辽宁教育,2021(5):60-63.