

优化高三数学一轮复习的几点思考

杨 红

江苏省南京市金陵中学河西分校 210019

[摘要] 近年来,以能力立意的命题原则,让广大教育工作者越来越关注对学生数学能力的培养.如何在有限的复习时间内,最大限度地提升学生的复习成效,促进学生能力的可持续发展呢?文章从如何确定复习课题,怎样选择复习内容,以及优化课堂教学手段三方面具体谈一些看法.

[关键词] 复习课题;复习内容;教学手段

数学教学的出发点为促进学生全面、和谐、持续地发展,让每个学生都在数学学习上得到不同程度的发展.因此,高三数学复习课的安排,不仅要考虑学科特点,还要遵循学生的身心发展规律,强调结合学生原有的认知经验,通过系统、有序地安排,让学生站在一个宏观的角度将所学知识系统化、模型化,从而获得对知识的整体性理解,促进思维、情感态度与价值观等综合能力的提升^[1].

高三一轮复习的目的在于巩固学生的知识基础,完善学生的知识网络结构,使其灵活掌握相关的数学思想方法,以提高分析与解决问题的能力.一轮复习所用时间相对较长,对学生的数学能力的形成起到了关键性作用.因此,这是一轮至关重要的复习过程,教师从思想上、行动上都要高度重视.

确定课题

所谓的复习,并不是按部就班地以教材的顺序一章一章地往后过一遍,而是将散落在各个角落的同类知识点重新进行整合,以形成一个新的专题知识体系,而后引导学生根据知识模块重构

认知结构,对每个知识都形成系统化的认识^[2].如函数、三角函数、立体几何、解析几何等内容,原来被切割成无数块,穿插在高中阶段的各本教材中,复习时则要将同类知识聚拢到一起,以优化学生的认知结构.确定课时时,教师一般要注意以下几点:

1. 知识整合

高中前两年的数学教学是以新知教学为主,教学重点在于引导学生理解与巩固新知,但因知识多且杂,课程又不断推进,不少学生所学的知识就如同仓库里的杂物一样堆积在一起,复习则起到了整理的作用.高三一轮复习属于梳理与重组知识的时机,学生通过对知识的系统性复习,实现再学习与知识重构,对知识间的内在联系产生明确的认识.

为了帮助学生形成系统、完整的认知体系,教师应从宏观的角度将不同章节的知识重新进行整合.当学生需要用到哪个知识点时,可从秩序井然的认知结构中顺利提取相关信息,这也是典型的数学能力的体现.如导数作为研究函数性质的重要工具,可将它们安排在一起进行复习.但从教材来看,这两部分内

容是分散在高一和高二两个学段的,这就需要教师在课程设计上重新安排.

案例1 函数知识的整合

函数是描述两个变量间对应关系的一种模型,从知识的维度出发,我们可将它分为两个层次:①函数的内部联系;②与其他相关知识的联系.

第一层次:函数的内部联系.

高中阶段常见的函数模型有幂函数、指数函数、对数函数与三角函数四种,而这部分内容与一次函数、二次函数、反比例函数等又有着千丝万缕的联系,同时这些函数模型还可以通过基本初等函数平移、对称变化以及伸缩转化等创造新函数模型.如研究函数 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ ($a \neq 0$)的性质,需要分离常数,了解它的图像为中心对称图像,这些都是值得进行知识整合研究的主题.

类似于此的知识梳理过程,是将不同章节与阶段所涉及的函数知识融合在一起,根据其内部联系建立相应的关系,实现函数内部知识的系统化.

第二层次:与其他相关知识的联系.

函数除了内部有着丰富的知识体系外,与其他知识也有着丰富的联系.如

作者简介:杨红(1987—),本科学历,中学一级教师,从事高中数学教学与研究工作.

数列、圆锥曲线方程等的研究与函数的研究就存在许多异同点,在选择知识整合与复习的主题时,可以考虑这些层面.

2. 揭示思想

在确定复习主题前,教师应从内容板块的角度研究历年的高考试题与模拟卷等,总结考试常涉及哪些思想方法,并思考该从什么角度去引导学生在复习中掌握这些思想方法.如我们所熟悉的三角函数是重要的复习模块之一,笔者经过研究发现,在历年的高考中,化归思想的使用频率相当高,不论是解决化简、证明还是求值问题,抑或将不同的三角函数转化为同名的三角函数或进行角的转化等,都离不开化归思想的运用.因此,教师可安排“三角运算中的化归思想”的专题课,以培养学生的数学思想方法.

案例2 函数思想在复习中的渗透.

函数思想是指从运动变化的角度来观察函数并建构模型,根据函数的性质解决相关的实际问题的思想.缺乏函数思想的学生,当看到方程 $2x+3=0$ 时,会认为 x 为未知常数;而具备较好函数思想的学生,则会从运动变化的角度来看待这个方程:会觉得 x 是在活动的,一旦 x 发生变化, $2x+3$ 的值也会随之变化,据此建立关于自变量为 x 的函数关系式 $f(x)=2x+3$,此时就将解方程根的问题转化成了函数零点的问题.

由此可见,站到一个宏观的角度去看问题,方程就成了函数变化过程中存在的一类特殊情形,即函数值为0的特殊情况.同样,在研究不等式类问题时,也可以用函数思想转化问题.因此,函数思想能将看似毫无关系的方程、函数以及不等式等内容有机地融合在一起,这为提升学生的数学综合素养奠定了基础.

3. 复习顺序

安排复习顺序时,教师要突破教材的束缚,根据学生的实际进行合理安排.如复习“数列”章节,若按照教材顺序依次进行复习,则首要复习的是与“通项”相关的知识,但一些数列的通项问题,常常需要化归成等差数列或等比数列的形式才能解决,但由于学生很久没碰到过这方面的知识,难免会出现遗忘,如

此会让复习过程不流畅.

因此,安排“数列”复习时,教师可先与学生一起回顾等差数列与等比数列的相关性质,而后再过渡到通项的内容.这种调整复习主题顺序的做法,更贴切学生的认知需要,为提高课堂效率奠定了基础.

内容选择

复习课与新课最大的差别就在于复习课有选择性讲解的教学内容,而新课则无,只能全覆盖地进行讲解教学.选择怎样的教学内容,可提高复习效率呢?

1. 明确教学目标

目标是教学实施的主要依据,一般教学目标包含学生所要掌握的知识 and 技能、数学思想方法以及情感态度和素养品质等的培养.教师确定目标前,可纵览历年的考卷,从中找出知识重点与常用的数学思想方法等,从而有针对性地进行目标制定,为复习训练提供明确的方向.值得注意的是,每节课的教学目标不宜过多,一般以三个为宜;切忌“假大空”的目标,要制定实实在在、切实可行的目标,利于学生理解与操作.

2. 科学编拟问题

目标一旦明确,接下来就是问题的设置了.为了帮助学生建构有序、系统的认知体系,教师在具体内容的选择上应紧扣主题,选择与教学主题息息相关且具有一定层次性的问题,启发学生的思维.不可设置太简单或过难的问题,极端的问题不利于学生对基础知识的重构.同时,大量同类型难度或同一主题的问题,纯属浪费时间;而简单、层次清晰的问题可提高复习容量与复习实效.

3. 精心选择例题

例题直接决定了复习课的成败,它是帮助学生获得知识与技能,形成良好数学思想方法的载体.典型的例题不仅能凸显重点知识,还能突出数学思想方法.如“圆的方程”的复习,就要注重方程思想的渗透,基本以建立圆心的纵横坐标 b, a ,以及圆的半径 r 的方程为主,在求圆的方程或用方程求解其他问题时,运用较多的是数形结合思想.

例题选择时要注意避免选择重复,重复的例题只会浪费更多的教学资源,达不到预期的复习效果.

案例3 “圆的相关问题”的复习.

一位教师复习此部分内容时,选择了以下两道例题:

题1:从直线 $y=x+1$ 中任取一点 P ,作圆 $C: (x-2)^2+y^2=1$ 的切线,求点 P 与切点的最短距离.

题2:已知点 P 为直线 $y=x+1$ 上的一个动点,若过点 P 作圆 $C: (x-2)^2+y^2=1$ 的切线,点 A, B 分别是切点,求四边形 $ACBP$ 的最小面积值.

从表面来看,这两道例题似乎毫无关系,实际上其解题思路、涉及的知识以及运用的数学思想都是一样的.在解决第一道例题的基础上再研究第二道例题,对学生的认知结构而言毫无意义,学生并不能从中获得新的感悟与体会,由此可判断这两道例题的选择是失败的.

例题选择时还要注意方法的建构,要让学生在解题中获得良好的解题技巧与举一反三的能力.

案例4 “直线与圆锥曲线的关系”求解策略的复习.

教师可选择一条直线过任意一个已知点 (a, b) 的例题,通过联立方程组以及运用韦达定理进行求解.在此基础上,选择直线过特殊点(如焦点、 x 轴或 y 轴上的点)的例题进行引导.过焦点的问题一般运用圆锥曲线的第二定义来求解;而过 x 轴上的点 $(a, 0)$,可选择直线 $x=my+a$ 来求解;过 y 轴上的点 $(0, b)$,可选择直线 $y=kx+b$ 来求解;过坐标原点,可直接求出直线和圆锥曲线的交点,等等.

通过各种特殊情况的分析,为学生形成良好的解题策略奠定了基础,让学生对直线与圆锥曲线的关系问题产生更加深刻的认识,从而能灵活解题,达到触类旁通的解题能力.

当然,这是一轮复习,因此在例题的选择上要照顾到大部分学生,应把握好问题的难度,以顺利地推进复习进度.若在一轮复习中,选择高考的压轴题作为教学例题,这就不利于学生基础知识的梳理,只会让大部分学生望而却步.

(下转第 68 页)

清问题的来龙去脉. 学生积极讨论, 认为确定直路 l 左下部分的形状是解题的关键. 有的学生认为这个形状应该是三角形, 有的学生认为是四边形, 还有学生说是五边形, 这样借助分歧诱发学生深度思考, 通过积极的讨论、探索, 使问题逐渐清晰.

学生解答: (1) 因为 $y=\frac{2}{9x}$, 所以 $y'=-\frac{2}{9x^2}$, 所以过点 P 的切线方程为 $y-\frac{2}{9t}=-\frac{2}{9t^2}(x-t)$, 即 $y=-\frac{2}{9t^2}x+\frac{4}{9t}$. 令 $x=0$, 得 $y=\frac{4}{9t}$. 令 $y=0$, 得 $x=2t$. 所以切线与 x 轴相交

于点 $E(2t, 0)$, 与 y 轴相交于点 $F(0, \frac{4}{9t})$.

通过 $2t, \frac{4}{9t}$ 分别与 l 的比较可确定直路 l 左下部分为直角三角形或直角梯形.

分析可得 $f(t)=\begin{cases} 2t-\frac{9}{4}t^2, & \frac{1}{3}\leq t<\frac{4}{9}, \\ \frac{4}{9}, & \frac{4}{9}\leq t\leq\frac{1}{2}, \\ \frac{4t-1}{9t^2}, & \frac{1}{2}<t\leq\frac{2}{3}. \end{cases}$

(2) 当 $\frac{1}{3}\leq t<\frac{4}{9}$ 时, $f(t)=2t-\frac{9}{4}t^2=-\frac{9}{4}\left(t-\frac{4}{9}\right)^2+\frac{4}{9}<\frac{4}{9}$; 当 $\frac{1}{2}<t\leq\frac{2}{3}$ 时,

$f(t)=\frac{4t-1}{9t^2}=-\frac{1}{9}\left(\frac{1}{t}-2\right)^2+\frac{4}{9}<\frac{4}{9}$. 所以

$$S_{\max}=\frac{4}{9}.$$

这样通过实际问题的解决能有效培养学生思维的深刻性, 让学生体验数学学习的真正价值, 提升学生的数学思维品质.

总之, 在培养学生数学思维的道路, 教师应为学生创设适宜的问题环境, 善于采用多元化的教学手段激发学生数学学习热情, 提高学生参与积极性, 并在参与中提炼知识背后蕴含的数学本质, 从而让学生更好地理解数学、掌握数学, 提升学生的思维品质.

(上接第 65 页)

① 优化教学

不论主题如何明确, 教学内容多么精致, 最终还得靠课堂教学加以实施. 因此, 优化课堂教学是完成复习任务、实现复习目标的根本.

1. 先练后讲

与新课教学不同, 复习课所涉及的知识点, 学生都有一定的基础, 若面面俱到地讲, 不仅费时费力, 还难以达到预期的效果. 只有将课堂的每一分钟都花在“刀刃”上, 才能最大限度地提高复习效率. 让学生先做一定的练习, 结合学生的薄弱环节进行复习, 往往能获得令人满意的成效.

2. 主体突出

新课标明确提出学生才是课堂真正的主人, 教学中只有凸显出学生的主体性地位, 才能有效地激发学生的主观能动性, 促进学生创造能力的形成, 而教师应做好引导工作. 复习课教学中, 该怎样突出学生的主体地位呢? 实践证明, 合作学习与探究成果的展示能有效地调动学生复习的积极性, 让学生自主地进入复习活动, 并获得良好的成效.

合作学习时, 要注意合作的时机与方式, 不能为了合作而处处合作, 那只

能让课堂呈现出一派假象的欣欣向荣. 真正的合作, 应放在学生思维的生长点处、知识的易错点或难点处……这样学生才能通过团体的力量攻克难关, 获得长进. 同时, 合作需要建立在学生充分独立思考的基础上, 这样才能从真正意义上体现出合作学习的优势.

3. 化归提炼

复习实践中, 存在知识点繁多、内容堆砌的现象, 这无形中就增加了学生的学习负担, 对学习成效也会产生负面影响. 因此, 教师应引导学生学会化归提炼, 将无序的知识整理成条理清晰的知识脉络, 以提高认知能力^[3]. 如我们常用的思维导图、知识结构图等, 就是将所学内容进行网格化处理, 利于学生理解并辨别相关知识, 在应用时能从有序的知识库中准确提取.

案例5 “函数”的复习.

函数问题所涉及的知识点较多, 该如何建构完整的知识体系呢? 如表1所示, 在研究函数性质与圆锥曲线时, 可通过图表法进行比较、提炼、总结.

图表的使用, 不仅能对知识的化归提炼起到良好的作用, 还能帮助学生形成科学、严谨的思维品质.

总之, 教师在高三一轮复习时, 必须

表1

函数解析式 $y=f(x)$	曲线方程 $f(x, y)=0$
定义域、值域	x, y 的取值范围
奇偶性	对称性
零点、与 y 轴的交点	顶点 (与对称轴的交点)
单调性	在限定条件下转化为函数的单调性问题
函数的导数	圆锥曲线的切线

明确目标, 选择合适的复习主题、内容与方法, 让学生在新一轮复习中夯实基础, 发展相应的数学思想, 为接下来的二轮、三轮复习奠定坚实的基础.

参考文献:

- [1] 陈志江. 基于深度学习的高三复习课教学立意[J]. 中小学数学(高中版), 2017(09): 36-39.
- [2] 蒋智东. 从提高学生运算能力的角度谈数学核心素养的培养——以高三复习为例[J]. 中学数学, 2016(21): 13-15.
- [3] 何云英. 准目标 习知识 炼方法 善反思——“相似三角形专题复习”课堂实录与思考[J]. 中学教研(数学), 2016(09): 19-22.