

空间几何体的表面积与体积的计算

■ 邹弘毅

多面体的侧面积是所有侧面的面积之和,多面体的表面积是侧面积与底面积之和。解题时,要掌握柱、锥、台和球的表面积与体积公式。下面介绍几种计算空间几何体的表面积与体积的方法,供大家参考。

一、公式法

例 1 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为_____。

解: 由题意可设圆柱的底面直径为 $2R$, 则高为 $2R$ 。由过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 可得 $4R^2 = 8$, 解得 $R = \sqrt{2}$ 。故该圆柱的表面积为 $\pi(\sqrt{2})^2 \times 2 + 2\sqrt{2}\pi \times 2\sqrt{2} = 12\pi$ 。

评析: 解答本题的关键是求出圆柱的底面半径和高。

二、等体积法

例 2 如图 1, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长均为 2, D 为棱 B_1C_1 上任一点, 则三棱锥 $D-A_1BC$ 的体积是_____。

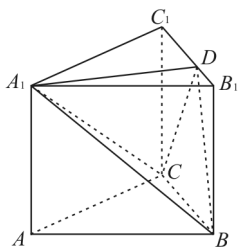


图 1

解: 由题意可知, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为正三棱柱。由 D 为棱 B_1C_1 上任一点, 可得 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$, 点 A_1 到平面 BCC_1B_1 的距离 $d = \sqrt{3}$ 。

$$\text{故 } V_{D-A_1BC} = V_{A_1-BCD} = \frac{1}{3} \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

评析: 本题考查棱柱的结构特征, 考查利

用等体积法求多面体的体积的方法。

三、构造法

例 3 如图 2 所示, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB = 2DC = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BEC$ 分别沿 ED 、 EC 向上折起, 使 A 、 B 重合于点 P , 则三棱锥 $P-DCE$ 的外接球的体积为_____。

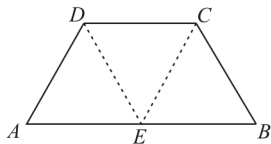


图 2

解: 由题意可知折叠后的三棱锥 $P-DCE$ 是正四面体, 它的棱长为 1, 由此正四面体可构造正方体, 如图 3 所示。

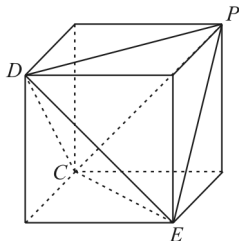


图 3

因为正方体的棱长是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以正方体的体对角线长是 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。正方体的外接球也是正四面体的外接球, 由外接球的半径 $R = \frac{\sqrt{6}}{4}$, 可得所求外接球的体积为 $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$ 。

评析: 通过构造正方体(或长方体), 可把分散问题集中在一个特殊的空间几何体中, 使得所求问题更直观化、简单化。

作者单位: 江苏省南京市第 29 中学
(责任编辑 郭正华)