

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第二学期迎一模热身训练 2

班级_____姓名_____日期_____评价_____

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

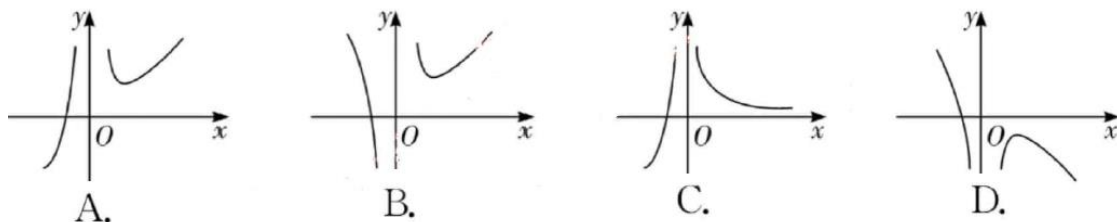
1. 已知复数 z 满足 $\frac{z}{1-i} - \frac{i}{1+i} = 1$, 则 $z =$ ()

- A. $-2 + i$ B. $-2 - i$ C. $2 + i$ D. $2 - i$

2. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 1 > 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()

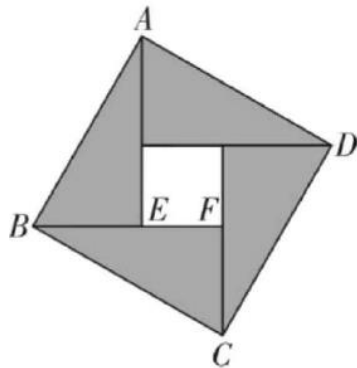
- A. 9 B. 8 C. 6 D. 5

3. 已知函数 $f(x) = 3x - \ln|x|$, 则 $f(x)$ 的图象大致为 ()



4. 我国古代人民早在几千年以前就已经发现并应用勾股定理了, 勾股定理最早的证明是东汉数学家赵爽在为《周髀算经》作注时给出的, 被后人称为“赵爽弦图”. “赵爽弦图”是数形结合思想的体现, 是中国古代数学的图腾, 还被用作第 24 届国际数学家大会的会徽. 如右图, 大正方形 $ABCD$ 是由 4 个全等的直角三角形和中间的小正方形组成的, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, E 为 BF 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} =$ ()

- A. $\frac{4}{5}\mathbf{a} + \frac{2}{5}\mathbf{b}$
B. $\frac{2}{5}\mathbf{a} + \frac{4}{5}\mathbf{b}$
C. $\frac{4}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$
D. $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{4}{3}\mathbf{b}$



5. $(a-x)(2+x)^6$ 的展开式中 x^5 的系数是 12, 则实数 a 的值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的正方形, Q 为 BC 的中点, $PQ \perp$ 面 $ABCD$, 且 $PQ = 2$, 动点 N 在以 D 为球心, 半径为 1 的球面上运动, 点 M 在面 $ABCD$ 内运动, 且 $PM = \sqrt{5}$, 则 MN 长度的最小值为 ()

- A. $\sqrt{5} - \frac{3}{2}$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $\sqrt{5} - 2$ D. $\sqrt{3} - \frac{3}{2}$

7. 设 $a = \frac{1}{4}$, $b = e^{\sin \frac{1}{8}} - 1$, $c = \ln \frac{9}{7}$, e 为自然对数的底数, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin^2 \frac{\omega x}{2} + \frac{1}{2}\sin \omega x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\omega > 0$), 若 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上无零点, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{8}{9}, +\infty)$ B. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{8}{9}]$ C. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$ D. $(\frac{2}{9}, \frac{8}{9}) \cup [1, +\infty)$

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9.已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1,点 P 是棱 CC_1 上的一个动点(包含端点),则下列说法不正确的是()

A.存在点 P ,使 $DP \parallel$ 面 AB_1D_1

B.二面角 $P - BB_1 - D$ 的平面角为 60°

C. $PB + PD_1$ 的最小值是 $\sqrt{5}$

D. P 到平面 AB_1D_1 的距离最大值是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

10.定义:如果函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在 $x_1, x_2 (a < x_1 < x_2 < b)$,满足 $f'(x_1) = f'(x_2) = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$,则

称 x_1, x_2 为 $[a, b]$ 上的“对望数”,函数 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上的“对望函数”.下列结论正确的是()

A.若函数 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上的“对望函数”,则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调

B.函数 $f(x) = x^2 + mx + n$ 在任意区间 $[a, b]$ 上都不可能是“对望函数”

C.函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2$ 是 $[0, 2]$ 上的“对望函数”

D.函数 $f(x) = x + \sin x$ 是 $[\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$ 上的“对望函数”

11.已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左,右顶点分别为 A_1, A_2 ,点 P, Q 是双曲线 C 上关于原点对称

的两点(异于顶点),直线 PA_1, PA_2, QA_1 的斜率分别为 $k_{PA_1}, k_{PA_2}, k_{QA_1}$,若 $k_{PA_1} \cdot k_{PA_2} = \frac{3}{4}$,则下列说法

正确的是()

A.双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{4}x$

B.双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$

C. $k_{PA_1} \cdot k_{QA_1}$ 为定值

D. $\tan \angle A_1PA_2$ 的取值范围为 $(0, +\infty)$

12.定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$,若 $g(x+1) - f(2-x) = 2, f'(x) = g'(x-1)$,且 $g(x+2)$ 为奇函数,则下列说法一定正确的是()

A. $g(2) = 0$

B.函数 $f'(x)$ 关于 $x = 2$ 对称

C.函数 $f(x)$ 是周期函数

D. $\sum_{k=1}^{2023} g(k) = 0$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13.将4个1和2个0随机排成一行,则2个0不相邻的概率为_____.

14.平面直角坐标系 xOy 中,已知 AB 是圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ 的一条弦,且 $AC \perp BC, M$ 是 AB 的中

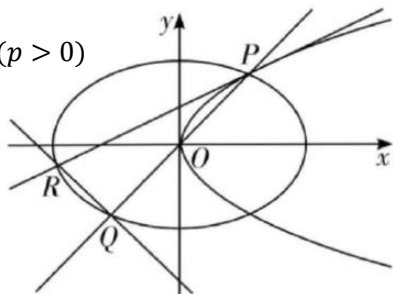
点,当弦 AB 在圆 C 上运动时,直线 $l: 3x - 4y - 9 = 0$ 上总存在 P, Q 两点,使得 $\angle PMQ \geq \frac{\pi}{2}$ 恒成立,则线

段 PQ 长度的取值范围是_____.

15.已知 $f(x) = e^x$ (e 为自然对数的底数), $g(x) = \ln x + 2$,直线 l 是 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的公切线,则直线 l 的方程为_____.

16.如图,已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$

的一个交点为 P ,直线 PO 交 C_1 于点 Q ,过 Q 作 PQ 的垂线交 C_1 于点 R (不同于 Q),若 PR 是 C_2 的切线,则椭圆 C_1 的离心率是_____.

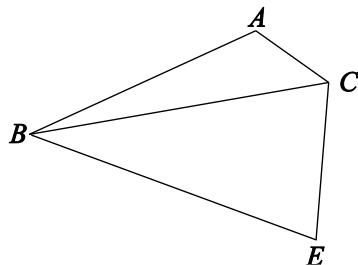


四、解答题：本题共 3 小题,每小题 12 分,共 36 分.

17.在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $(\sin A + \sin B)(\sin A - \sin B) = \sin C(\sin C + \sin B)$.

(1)求 A ;

(2)如图,在 $\triangle ABC$ 所在平面上存在点 E ,连接 BE, CE ,若 $EC = \sqrt{3}AC$, $\angle ACE = 120^\circ$, $\angle EBC = 30^\circ$, $BC = 2$,求 $\triangle ABC$ 的面积.



18.2022 年 11 月 21 日.第 22 届世界杯在卡塔尔开幕.小组赛阶段,已知某小组有甲、乙、丙、丁四支球队,这四支球队之间进行单循环比赛(每支球队均与另外三支球队进行一场比赛);每场比赛胜者积 3 分,负者积 0 分;若出现平局,则比赛双方各积 1 分.若每场比赛中,一支球队胜对手或负对手的概率均为 $\frac{1}{4}$,出现平局的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1)求甲队在参加两场比赛后积分 X 的分布列与数学期望;

(2)小组赛结束后,求四支球队积分均相同的概率.

19. 设函数 $f(x) = 2ax(2 - \cos 2x) - \sin 2x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最值;

(2) 对 $\forall x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f\left(\frac{x}{2} + \pi\right) > 2a\pi(2 - \cos x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.