

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习导学案

3. 正弦定理、余弦定理在解三角形中的应用

研制人： 陆烽琴 审核人： 陈宏强

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____ 授课日期： _____

【考情分析】

高考对正弦定理和余弦定理的考查较为灵活,题型多变,往往以小题的形式独立考查正弦定理或余弦定理,以解答题的形式综合考查定理的综合应用,多与三角形周长、面积有关;有时也会与平面向量、三角恒等变换等结合考查,试题难度控制在中等,主要考查灵活运用公式求解计算能力、推理论证能力、数学应用意识、数形结合思想等.

【真题感悟】

1.(2021 全国甲卷)在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B = 120^\circ$, $AC = \sqrt{19}$, $AB = 2$, 则 $BC = (\quad)$

A.1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D.3

2.(2021 全国乙卷)记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,面积为 $\sqrt{3}$, $B = 60^\circ$, $a^2 + c^2 = 3ac$, 则 $b =$ _____.

3.(2022 全国甲卷·理科)在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 BC 上, $\angle ADB = 120^\circ$, $AD = 2$, $CD = 2BD$. 当 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时, $BD =$ _____.

4.(2021 浙江卷)在 $\triangle ABC$ 中, $B = 60^\circ$, $AB = 2$, M 是 BC 的中点, $AM = 2\sqrt{3}$, 则 $AC =$ _____, $\cos \angle MAC =$ _____.

【典例导引】

例 1.(2022 辽宁一模)设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $(\sin B - \sin C)b = (a - c)(\sin A + \sin C)$.

(1)求角 A 的大小;

(2)从下面两个问题中任选一个作答,两个都作答则按第一个记分.

①设角 A 的角平分线交 BC 边于点 D ,且 $AD = 1$,求 $\triangle ABC$ 面积的最小值;

②设点 D 为 BC 边的中点,且 $AD = 1$,求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

例 2.(2021 新高考全国 I 卷)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c , $b = a + 1$, $c = a + 2$.

(1)若 $2\sin C = 3\sin A$,求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)是否存在正整数 a ,使得 $\triangle ABC$ 为钝角三角形? 若存在,求出 a 的值;若不存在,请说明理由.

例 3.(2021 新高考全国 I 卷)记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .已知 $b^2 = ac$,点 D 在边 AC 上, $BD\sin\angle ABC = a\sin C$.

(1)证明: $BD = b$;

(2)若 $AD = 2DC$,求 $\cos\angle ABC$.

例 4.(2022 新高考全国 II 卷)记 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A, B, C ,其对边分别为 a, b, c ,分别以 a, b, c 为边长的三个正三角形的面积依次为 S_1, S_2, S_3 ,已知 $S_1 - S_2 + S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin B = \frac{1}{3}$.

(1)求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)若 $\sin A \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3}$,求 b .

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习作业

3. 正弦定理、余弦定理在解三角形中的应用

研制人： 陆烽琴 审核人： 陈宏强

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____ 时长： 60 分钟

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $(a - c \cos B) \cos A = a \cos B \cos C$, 那么 $\triangle ABC$ 一定是()
- A. 等腰三角形或直角三角形 B. 等腰三角形
C. 直角三角形 D. 等边三角形
2. (2021 山东济南市三模) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c \cos B = -3b \cos C$, $\sqrt{3}b = c$, 则 $\tan A$ 的值是()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
3. (2021 湖南二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $2\sqrt{3}a \cos C - 3b \cos C = 3c \cos B$, 则角 C 的大小为()
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
4. (2021 福建龙岩市三模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 则“ $A = B$ ”成立的必要不充分条件为()
- A. $\sin A = \cos\left(B - \frac{\pi}{2}\right)$ B. $a \cos A - b \cos B = 0$
C. $b \cos A = a \cos B$ D. $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$
5. (多选题) (2021 福建二模) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 2\sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$, 则角 B 可以是()
- A. 15° B. 30° C. 45° D. 75°
6. (多选题) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 已知 $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{b}{2a - c}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ 且 $b = 3$, 则()
- A. $\cos B = \frac{1}{2}$ B. $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $a + c = \sqrt{3}$ D. $a + c = 3\sqrt{2}$
7. (2021 山东青岛市二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 3$, $c = 2$. 若 $b \cdot \sin C = c \cos\left(B - \frac{\pi}{6}\right)$, 则 $B =$ _____, $b =$ _____.
8. (2021 山东济南市二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sqrt{3} \cos B}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $a^2 + c^2 - ac =$ _____.
9. (2022 浙江卷) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $4a = \sqrt{5}c$, $\cos C = \frac{3}{5}$.
- (1) 求 $\sin A$ 的值;
- (2) 若 $b = 11$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

10.(2022 辽宁三模)在① $(2c - a)\sin C = (b^2 + c^2 - a^2)\frac{\sin B}{b}$; ② $\cos^2 \frac{A-C}{2} - \cos A \cos C = \frac{3}{4}$;

③ $\frac{\sqrt{3}c}{b\cos A} = \tan A + \tan B$ 这三个条件中,任选一个,补充在下面问题中,问题:在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, $b = 2\sqrt{3}$, _____.

(1)求角 B ;

(2)求 $2a - c$ 的范围.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

11.(2021 八省联合演练)在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AD = CD = BD = 1$.

(1)若 $AB = \frac{3}{2}$,求 BC ;

(2)若 $AB = 2BC$,求 $\cos \angle BDC$.