**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

**5.随机变量及其概率分布、期望与方差**

研制人：张顺军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：2022、12.7

**【课标要求】**

1.通过具体实例，了解离散型随机变量的概念.

2.理解离散型随机变量分布及其数字特征（均值、方差）.

**【基础训练】**

1. 判断下列结论是否正确(请在括号中打“√”或“×”)

(1)离散型随机变量的概率分布描述了由这个随机变量所刻画的随机现象． ( 　 )

(2)随机变量的方差和标准差都反映了随机变量取值偏离均值的平均程度，方差或标准差越小，

则偏离均值的平均程度越小． ( 　 )

(3) 离散型随机变量的各个可能值表示的事件是彼此对立的． ( 　 )

(4) 某人射击时命中的概率为0.5，此人射击三次命中的次数*X*服从两点分布． (　 )

2．某射手射击所得环数*ξ*的分布列如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *P* | *x* | 0.1 | 0.3 | *y* |

已知*ξ*的数学期望*E*(*ξ*)＝8.9，则*y*的值为 (　　)

A．0.8 B．0.6 C．0.4 D．0.2

3．(多选)某人参加一次测试，在备选的10道题中，他能答对其中的5道．现从备选的10道题中随机抽出3道题进行测试，规定至少答对2题才算合格．则下列选项正确的是 (　　)

A．答对0题和答对3题的概率相同，都为B．答对1题的概率为

C．答对2题的概率为D．合格的概率为

4．已知离散型随机变量*X*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* | 0.5 | 1－2*q* | *q*2 |

则常数*q*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

5．若随机变量*X*满足*P*(*X*＝*c*)＝1，其中*c*为常数，则*V*(*X*)的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

6．设随机变量*X*的分布列为*P*(*X*＝*k*)＝(*k*＝1,2,3,4,5,6)，则*E*(*X*)＝\_\_\_\_\_\_，*E*(2*X*＋3)＝\_\_\_\_\_\_，

*D*(*X*)＝\_\_\_\_\_\_，*D*(3*X*－1)＝\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1. 离散型随机变量的概率分布

2．两点分布

3．离散型随机变量的均值与方差

4．均值与方差的性质

**【例题精讲】**

**考点一　离散型随机变量分布列的性质**

例1.(1)设离散型随机变量*ξ*的分布列如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | －1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |  |

则下列各式正确的是 (　　)

A．*P*(*ξ*<3)＝B．*P*(*ξ*>1)＝C．*P*(2<*ξ*<4)＝D．*P*(*ξ*<0.5)＝0

（2）离散型随机变量*X*的概率分布规律为*P*(*X*＝*n*)＝(*n*＝1，2，3，4)，其中*a*是常数，则*P*的值为 (　　)

A.B. C.D.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | －1 | 0 | 1 |
| *P* | *a* | *b* | *c* |

（3）随机变量*X*的分布列如下：

其中*a*，*b*，*c*成等差数列，则*P*(|*X*|＝1)＝\_\_\_\_\_\_\_\_，公差*d*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**考点二 概率分布的求法**

例2．一个盒子里装有7张卡片，其中有红色卡片4张，编号分别为1,2,3,4；白色卡片3张，编号分别为2,3,4.从盒子中任取4张卡片(假设取到任何一张卡片的可能性相同)．

(1)求取出的4张卡片中，含有编号为3的卡片的概率；

(2)在取出的4张卡片中，红色卡片编号的最大值设为*X*，求随机变量*X*的概率分布．

**考点三 离散型随机变量的均值与方差**

例3．为迎接2022年北京冬奥会，推广滑雪运动，某滑雪场开展滑雪促销活动．该滑雪场的收费标准是：滑雪时间不超过1小时免费，超过1小时的部分每小时收费标准为40元(不足1小时的部分按1小时计算)．有甲、乙两人相互独立地来该滑雪场运动，设甲、乙不超过1小时离开的概率分别为，；1小时以上且不超过2小时离开的概率分别为，；两人滑雪时间都不会超过3小时．

(1)求甲、乙两人所付滑雪费用相同的概率；

(2)设甲、乙两人所付的滑雪费用之和为随机变量*ξ*，求*ξ*的概率分布与均值*E*(*ξ*)，方差*V*(*ξ*)．

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

**5.随机变量及其概率分布、期望与方差**

研制人：张顺军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

1． 袋中有3个白球、5个黑球，从中任取两个，可以作为随机变量的是 (　　)

A．至少取到1个白球 B．至多取到1个白球 C．取到白球的个数 D．取到的球的个数

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |

2．已知离散型随机变量*X*的分布列为

则*X*的数学期望*E*(*X*)＝ (　　)

A.B．2 C.D．3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 2 | *a* |
| *P* |  | *p* |  |

3．随机变量*X*的分布列如下表：

且*E*(*X*)＝2，则*V*(2*X*－3)＝ (　　)

A.2 B．3 C．4 D．5

4．设随机变量*X*的分布列为*P*(*X*＝*i*)＝(*i*＝1，2，3)，则*P*(*X*＝2)＝(　　)

A. B. C. D.

5．口袋中有5个形状和大小完全相同的小球，编号分别为0，1，2，3，4，从中任取3个球，以*X*表示取出球的最小号码，则*E*(*X*)＝(　　)

A．0.45 B．0.5 C．0.55 D．0.6

6．设袋中有两个红球一个黑球，除颜色不同，其他均相同，现有放回地抽取，每次抽取一次，记下颜色后放回袋中，连续摸三次，*X*表示三次中红球被摸中的次数，每个小球被抽取的几率相同，每次抽取相对独立，则方差*V*(*X*)＝(　　)

A．2 B．1 C.D.

7．(多选题)设离散型随机变量*X*的概率分布为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *P* | *q* | 0.4 | 0.1 | 0.2 | 0.2 |

若离散型随机变量*Y*满足*Y*＝2*X*＋1，则下列结果正确的是 (　　)

A．*q*＝0.1 B．*E*(*X*)＝2，*V*(*X*)＝1.4 C．*E*(*X*)＝2，*V*(*X*)＝1.8 D．*E*(*Y*)＝5，*V*(*Y*)＝7.2

8．(多选题)已知随机变量*ξ*的概率分布如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 0 | 1 | 2 |
| *P* | *b*－*a* | *b* | *a* |

则当*a*在内增大时 (　　)

A．*E*(*ξ*)增大 B．*E*(*ξ*)减小 C．*V*(*ξ*)先增大后减小 D．*V*(*ξ*)先减小后增大

9．随机变量*ξ*的分布如下表，则*E*(5*ξ*＋4)＝\_\_\_.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 0 | 2 | 4 |
| *P* | 0.4 | 0.3 | 0.3 |

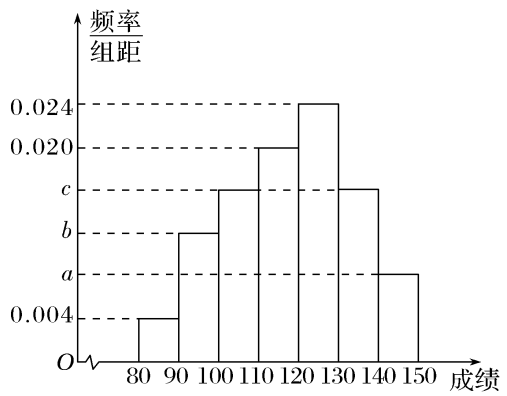
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 1 | 2 | 3 |
| *P* | 0.5 | *x* | *y* |

10．已知随机变量*ξ*的分布列为

若*E*(*ξ*)＝，则*D*(*ξ*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

11．盒中有4个球，其中1个红球，1个绿球，2个黄球．从盒中随机取球，每次取1个，不放回，直到取出红球为止．设此过程中取到黄球的个数为*ξ*，则*P*(*ξ*＝0)＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，*E*(*ξ*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12.高三年级某班50名学生期中考试数学成绩的频率分布直方 图如图所示，成绩分组区间为[80，90)，[90，100)，[100，110)，[110，120)，[120，130)，[130，140)，[140，150]，其中*a*，*b*，*c*成等差数列且*c*＝2*a*.



物理成绩统计如表．(说明：数学满分150分，物理满分100分)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 分组 | [50，60) | [60，70) | [70，80) | [80，90) | [90，100] |
| 频数 | 6 | 9 | 20 | 10 | 5 |

(1)根据频率分布直方图，请估计数学成绩的平均分；

(2)根据物理成绩统计表，请估计物理成绩的中位数；

(3)若数学成绩不低于140分的为“优”，物理成绩不低于90分的为“优”，已知本班中至少有一个“优”的同学总数为6人，从此6人中随机抽取3人，记*X*为抽到两个“优”的学生人数，求*X*的分布列和期望值．