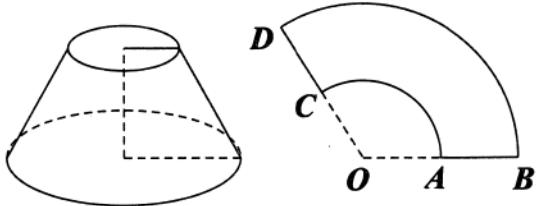


高三数学小题训练增强版 (3)

班级_____ 姓名_____ 得分_____ 日期_____ 自我评价_____

一、单项选择题:

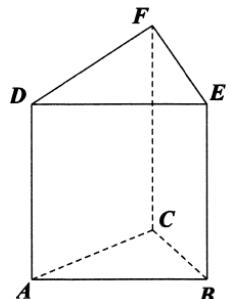
1. 已知集合 $A = \{x \mid \log_2 x < 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - x > 6\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
- A. $(3, 8)$ B. $(8, +\infty)$ C. $(-\infty, -2) \cup (3, 8)$ D. $(-2, 3)$
2. 已知复数 z_1, z_2 满足 $z_1 = a + i$, $z_2 = 1 + i$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位, 若 $|z_1 \cdot z_2| = |z_1 + z_2|$, 则实数 a 的值为().
- A. ± 3 B. ± 1 C. 3 或 -1 D. 1 或 -3
3. 已知某商场在上半年的六个月中, 每个月的销售额 y (万元)与月份 x ($x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 满足线性回归方程 $\hat{y} = 1.2\hat{x} + 27.8$, 则该商场上半年的总销售额为()万元.
- A. 180 B. 192 C. 206 D. 214
4. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\sin \alpha = 2 \sin \beta$, $\cos \alpha = \frac{1}{2} \cos \beta$, 则 $\sin(\alpha - \beta) = (\quad)$.
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
5. 已知 $5^a = 2\sqrt{2}$, $4^b = n$, 若 $ab = \frac{3}{2}$, 则 n 的值为().
- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $5\sqrt{5}$ D. 25
6. 已知直线 $y = x + 1$ 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线交于 A, B 两点, 且 A 在第一象限. 若 $OA = 2OB$, 则双曲线 C 的离心率为().
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 2 D. 5
7. 某圆台的侧面展开图为如图所示的扇形, 其中 $\angle AOC = \frac{2\pi}{3}$, $OA = OC = 3$, $OB = OD = 6$, 则该圆台的体积为().
- A. 8π B. 7π C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ D. $\frac{14\sqrt{2}}{3}\pi$



8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$), 若存在 $\theta \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[\theta, \theta + \frac{\pi}{3}]$ 上单调, 则 ω 的最大值为().
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{7}{2}$ D. 5

二、多项选择题:

9. 已知某商场在下午时段内, 其停车场有空停车位的概率为 $\frac{4}{5}$, 没有空停车位的概率为 $\frac{1}{5}$. 某人每天下午若选择驾车前往该商场上班, 若没有空停车位, 则要因为上班迟到而被罚款 80 元. 若按一个季度 70 个工作日计算, 设此人在一个季度内能顺利停车的天数为随机变量 X , 因为迟到而被罚款的钱数为随机变量 Y (单位: 元), 则().
- A. $P(X = k) = C_{70}^k \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{70-k}$ B. $E(X) = 56$
C. $E(Y) = 1200$ D. $D(Y) = 6400 \cdot D(X)$
10. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 4$, 则().
- A. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 $\frac{3}{2}$ B. $\ln a + \ln b$ 最大值为 $2\ln 2$
C. $ab + 4a$ 无最大值 D. 若 $ab + ka$ ($k > 0$) 有最大值, 则 $k \in (0, 3)$
11. 如图, 在五面体 $ABC - DEF$ 中, 平面 ABC 是边长为 2 的等边三角形, 侧面 $ABED$ 为正方形, 且平面



$ABED \perp$ 平面 ABC .已知 $FC \neq 2$,设平面 DEF 与平面 ABC 所成锐二面角为 θ ,则().

- A. $FC \perp$ 平面 ABC B.该五面体的体积大于 $2\sqrt{3}$
C.若存在两个不同的点 F ,使得 $\tan \theta = k$,则 $k \in \left(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ D.若 $\theta = \frac{\pi}{3}$,则 $FC = 5$

12.已知抛物线 $y^2 = 2p_1x (p_1 > 0)$ 与抛物线 $x^2 = 2p_2y (p_2 > 0)$ 在第一象限内的交点为 $P(x_0, y_0)$,若点 P 在圆 $C:(x - \sqrt{10})^2 + (y - \sqrt{10})^2 = 8$ 上,则().

- A. $x_0 + y_0$ 的取值范围为 $[2\sqrt{10} - 4, 2\sqrt{10} + 4]$ B.当直线 OP 与圆 C 相切时, $p_1 p_2$ 的值为 $\frac{3}{5}$
C. $p_1 p_2$ 的最大值为 $\frac{7}{2} + \sqrt{10}$ D. $p_1 p_2$ 的最小值为 $\frac{7}{2} - \sqrt{10}$

13. 已知 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为 π ,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $\sin A, \sin B, \sin C$ 成等比数列, 设 $\triangle ABC$ 的周长和面积分别为 P, S ,则()

- A. $0 < B \leq \frac{\pi}{3}$ B. $0 < b \leq \sqrt{3}$ C. $0 < P \leq 2\sqrt{3}$ D. $0 < S \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}$

14. 已知函数 $f(x) = \tan(\cos x) + \cos(\sin x)$,则()

- A. $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的偶函数 B. $f(x)$ 的最大值为 2
C. $f(x)$ 的最小正周期为 π D. $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减

三、填空题:

15. 在 $\left(x + \frac{2}{x} + 1\right)^6$ 的展开式中,常数项为_____ (用数字作答).

16. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数,且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{x}{2} - \log_2 x$.则 $f(x) > 0$ 的解集为_____.

17. 已知非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = |2\mathbf{a} + \mathbf{b}|$,则 $|\mathbf{b}|$ 的取值范围为_____.

18. 函数 $f(x) = 2\sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递增,则 ω 的最大值为_____.

19. 设 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, $\triangle ABC$ 的外心为 O ,内心为 I . $\overrightarrow{OI} \neq \vec{0}$ 且 \overrightarrow{OI} 与 \overrightarrow{BC} 共线. 若 $k \tan A = \frac{1}{\tan \frac{B}{2}} + \frac{1}{\tan \frac{C}{2}}$,则 $k =$ _____.

20. 若一个数列的前 n 项和为 na_n ,则称该数列为数列 $\{a_n\}$ 的“一阶衍生数列”,记作 $\{(a_n)_1\}$;同样的,若一个数列的前 n 项和为 $n(a_n)_1$,则称该数列为数列 $\{a_n\}$ 的“二阶衍生数列”,记作 $\{(a_n)_2\}$;以此类推…….记 $(a_m)_k$ 为数列 $\{a_n\}$ 的“ k 阶衍生数列”中的第 m 项.已知 $a_n = 2n - 1$,则 $(a_3)_2 =$ _____;设数列 $\{(a_3)_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则 $S_n =$ _____.