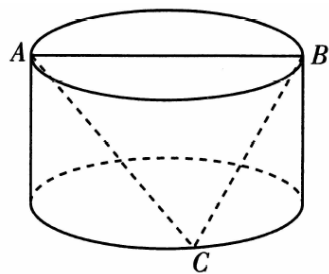


高三数学小题训练增强版 (1)

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____ 日期 _____ 自我评价 _____

一、单项选择题:

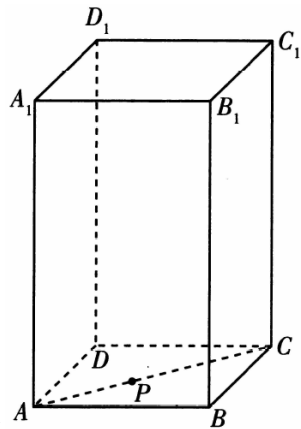
1. 已知复数 $z = (1 - i)^2$, 则 $z^2 + 2\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0, |\mathbf{a}| = 2, \mathbf{a} + \mathbf{b} = (-\sqrt{2}, -\sqrt{3})$, 则 $|\mathbf{b}| =$ ()
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
3. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 - mx - 3 = 0$ 平分圆 $C_2: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 的周长, 则 $m =$ ()
 A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
4. 对于一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A, B, C, D , 其中 $n(\Omega) = 80, n(A) = 40, n(B) = 20, n(C) = 20, n(D) = 40, n(A \cup B) = 60, n(A \cap C) = 10, n(A \cup D) = 80$, 则()
 A. A 与 B 不互斥 B. A 与 D 互斥且不对立 C. C 与 D 互斥 D. A 与 C 相互独立
5. 已知角 θ 的顶点与坐标原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 将角 θ 的终边按顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后经过点 $M(3, 1)$, 则 $\sin^2 \theta + \sin 2\theta =$ ()
 A. $\frac{8}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
6. 如图, 已知圆柱的底面半径为 4, 高为 3, AB 是上底面的直径, 点 C 在下底面的圆周上, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为()
 A. 12 B. 16 C. 18 D. 20
7. 设 $a = 0.1, b = \sin 0.1, c = 1.1 \ln 1.1$, 则 a, b, c 的大小关系正确的是()
 A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$
8. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, $f(3) = -2$, 且 $f(x + 1)$ 为奇函数, 则满足 $|f(2m + 1)| - 2 \leq 0$ 的 m 的取值范围为()
 A. $[-1, 1]$ B. $[-1, 2]$ C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$



二、多项选择题:

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 $S_n, a_3 = 16, a_5 = 12$, 则()
 A. $d = -2$ B. $a_1 = 24$ C. $a_2 + a_6 = 28$ D. S_n 取得最大值时, $n = 11$
10. 已知 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, P 在 C 上, O 为坐标原点, 若 $|OP| = 1, \triangle PF_1F_2$ 的面积为 1, 则()
 A. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 点 $Q(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 在椭圆 C 上
 C. $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为 $\sqrt{3} - 1$ D. 椭圆 C 上的点到直线 PF_1 的距离小于 2
11. 已知 $a > b > 1$, 若 $e^a - 2a = ae^{b+1} - be^a$, 则()
 A. $\ln(a - b) < 0$ B. $\ln(a + b) > 1$ C. $3^a + 3^{-b} > 2\sqrt{3}$ D. $3^{a-1} < 3^b$

12. 如图,在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形, $AB = 1, AA_1 = \sqrt{3}$,若 $AP = \lambda AC, \lambda \in [0,1]$,则()



A. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $D_1P \perp A_1C_1$

B. 直线 BP 与平面 A_1BC_1 所成角的最大值大于 $\frac{\pi}{3}$

C. 当平面 PB_1D_1 截直四棱柱所得截面面积为 $\frac{15}{8}$ 时, $\lambda = \frac{3}{4}$

D. 四面体 A_1C_1DP 的体积为定值

13. 关于函数 $f(x) = \sin 2x + \frac{1}{\sin 2x}$, 下列说法正确的是()

A. $f(x)$ 的最小值为 2

B. $f(x + \frac{\pi}{2})$ 是奇函数

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称

D. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调递减

14. 数学家们在探寻自然对数底 $e \approx 2.71828$ 与圆周率 π 之间的联系时, 发现了如下的公式:

$$(1) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$(2) \sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$(3) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \dots$$

据此判断以下命题正确的是() (已知 i 为虚数单位)

A. $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

B. $e^{ix} = \sin x + i \cos x$

C. $e^{i\pi} + 1 = 0$

D. $|e^{ix} + e^{-ix}| \leq 2$

三、填空题:

15. 若 $(\sqrt{x} - \frac{2}{x^2})^n$ 的展开式中只有第 6 项的二项式系数最大, 则展开式中的常数项为_____.

16. 某医院从 3 名医生和 3 名护士中选派 4 人参加志愿服务, 事件 A 表示选派的 4 人中至少有 2 名医生, 事件 B 表示选派的 4 人中有 2 名护士, 则 $P(B | A) =$ _____.

17. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1, \{S_n + na_n\}$ 为常数列, 则 $a_n =$ _____.

18. 已知直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 是函数 $f(x) = 3\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象的一条对称轴, $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称, 且 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}]$ 上是单调函数, 则函数 $g(x) = |f(x) - 2|$ 在 $[-\frac{11\pi}{36}, -\frac{7\pi}{36}]$ 上的值域为_____.

19. 设 O 为坐标原点, 点 $A, B, P(1, -\frac{1}{2})$ 在抛物线 $C: x^2 = -2py$ ($p > 0$) 上, 且直线 PA 与直线 PB 关于直线 $x = 1$ 对称, 则直线 AB 的斜率为_____; 若直线 AB 在 y 轴上的截距为正数, 则 $\triangle AOB$ 面积的最大值为_____.

20. 已知函数 $f(x) = e^x + ax + 1$ ($a \in \mathbf{R}$), 若函数 $f(x)$ 与函数 $f(f(x))$ 的单调区间相同, 并且既有单调递增区间, 也有单调递减区间, 则 a 的取值范围是_____.