**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

**导数与函数的单调性**

研制人：张顺军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.结合实例，借助几何直观了解函数的单调性与导数的关系；

2.能利用导数研究函数的单调性；

3.对于多项式函数，能求不超过三次的多项式函数的单调区间.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

(1)若函数$f(x)$在$(a,b)$内单调递增,则一定有$f^{'}(x)>0$. ( )

(2)若函数$f(x)$在某个区间内恒有$f^{'}(x)=0$,则$f(x)$在此区间内没有单调性. ( )

(3)在$(a,b)$内$f^{'}(x)⩽0$且$f^{'}(x)=0$的根有有限个,则$f(x)$在$(a,b)$内单调递减. ( )

(4)若函数$f(x)$在定义域上恒有$f^{'}(x)>0$,则$f(x)$在定义域上一定单调递增. ( )

2.函数$f(x)=sinx−x$在$(0,π)$上的单调性是( )

A.先增后减 B.先减后增 C.增函数 D.减函数

3.函数$y=3lnx−x^{3}$的单调递增区间为( )

A.$(−\infty ,1)$ B.$(0,1)$ C.$(1,+\infty )$ D.$(0,+\infty )$

4. (多选题)如图是函数$y=f(x)$的导函数$y=f^{'}(x)$的图象,则下列判断正确的是( )

A.在区间$(−2,1)$上$f(x)$是增函数

B.在区间$(2,3)$上$f(x)$是减函数

C.在区间$(4,5)$上$f(x)$是增函数

D.在区间$(3,5)$上$f(x)$是增函数

5. 已知函数$f(x)=e^{x}−x$在区间$(−\infty ,a)$上单调递减,则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.不含参数的函数的单调性

2.含参数的函数的单调性

3.函数单调性的应用

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数判定或求函数的单调区间**

**例1.** 函数$f(x)=ln⁡x+\frac{1}{x}$的单调减区间为\_\_\_\_\_\_\_,单调增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数$f(x)=xsinx,x\in R$,则$f\left(\frac{π}{5}\right),f(1),f\left(−\frac{π}{3}\right)$的大小关系为( )

A.$f\left(−\frac{π}{3}\right)>f(1)>f\left(\frac{π}{5}\right)$ B.$f(1)>f\left(−\frac{π}{3}\right)>f\left(\frac{π}{5}\right)$

C.$f\left(\frac{π}{5}\right)>f(1)>f\left(−\frac{π}{3}\right)$ D.$f\left(−\frac{π}{3}\right)>f\left(\frac{π}{5}\right)>f(1)$

**考点二 含参数函数单调性的讨论**

**例2.** 已知函数$f(x)=x^{3}−x^{2}+ax+1$,试讨论$f(x)$的单调性.

**变式** 设函数$f(x)=alnx+\frac{x−1}{x+1}$, 其中$a$为常数. 试讨论函数$f(x)$的单调性.

**考点三 利用导数求参数的范围**

**例3.** 已知函数$f\left(x\right)=lnx, g(x)=\frac{1}{2}ax^{2}+2x(a\ne 0)$.

(1)若函数$ℎ(x)=f(x)−g(x)$存在单调递减区间, 求$a$的取值范围;

(2)若函数$ℎ(x)=f(x)−g(x)$在$[1$,4]上单调递减, 求$a$的取值范围.

**变式** 已知变量$x\_{1},x\_{2}\in (0,m)(m>0)$, 且$x\_{1}<x\_{2}$, 若$x\_{1}^{x\_{2}}<x\_{2}^{x\_{1}}$恒成立,求$m$的最大值.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

**导数与函数的单调性**

研制人：张顺军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.函数$f(x)=\frac{e^{x}−e^{−x}}{x^{2}}$的图象大致为( )

2.若函数$f(x)=kx−lnx$在区间$(1,+\infty )$上单调递增, 则$k$的取值范围是( )

A.$(−\infty ,−2]$ B.$(−\infty ,−1]$ C.$[2,+\infty )$ D.$[1,+\infty )$

3.已知函数$f(x)=\frac{ln⁡x}{x}$,则( )

A.$f(2)>f(e)>f(3)$ B.$f(3)>f(e)>f(2)$

C.$f(3)>f(2)>f(e)$ D.$f(e)>f(3)>f(2)$

4.定义在$R$上的函数$f(x)$满足$f(x)>1−f^{'}(x),f(0)=0,f^{'}(x)$是$f(x)$的导函数,则不等式$e^{x}f(x)>e^{x}−$1的解集是( )

A.$(−\infty ,0)∪(1,+\infty )$ B.$(−\infty ,−1)∪(0,+\infty )$

C.$(0,+\infty )$ D.$(−\infty ,−1)∪(1,+\infty )$

5.求形如$y=f(x)^{g(x)}$的函数的导数,我们常采用以下做法:先两边同取自然对数得$lny=g\left(x\right)lnf(x)$,再两边同时求导得$\frac{1}{y}⋅y^{'}=g^{'}(x)lnf(x)+g(x)\frac{1}{f(x)}f^{'}(x)$,于是得到$y^{'}=f(x)^{g(x)}⋅\left[g^{'}(x)lnf(x)+\right.\left.g(x)\frac{1}{f(x)}f^{'}(x)\right]$, 运用此方法求得函数$y=x^{\frac{1}{x}}$的单调递增区间是( )

A.$(e,4)$ B.$(3,6)$ C.$(0,e)$ D.$(2,3)$

6.已知函数$f(x)=x^{3}−2x+1+e^{x}−\frac{1}{e^{x}}$, 其中$e$是自然对数的底数.若$f(a−1)+f\left(2a^{2}\right)⩽2$,则实数$a$的取值范围是( )

A.$\left[−1,\frac{3}{2}\right]$ B.$\left[−\frac{3}{2},1\right]$ C.$\left[−1,\frac{1}{2}\right]$ D.$\left[−\frac{1}{2},1\right]$

**二、多选题**

7.已知函数$f(x)$的定义域为$R$,其导函数$f^{'}(x)$的图象如图所示,则对于任意$x\_{1},x\_{2}\in R\left(x\_{1}\ne x\_{2}\right)$,下列结论正确的是( )

A.$f(x)<0$恒成立

B.$\left(x\_{1}−x\_{2}\right)\left[f\left(x\_{1}\right)−f\left(x\_{2}\right)\right]<0$

C.$f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)>\frac{f\left(x\_{1}\right)+f\left(x\_{2}\right)}{2}$

D.$f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)<\frac{f\left(x\_{1}\right)+f\left(x\_{2}\right)}{2}$

8.定义在$R$上的函数$f(x)$,若对任意两个不相等的实数$x\_{1},x\_{2}$,都有$x\_{1}f\left(x\_{1}\right)+x\_{2}f\left(x\_{2}\right)>x\_{1}f\left(x\_{2}\right)+x\_{2}f\left(x\_{1}\right)$,则称函数$f(x)$为“$H$函数”.则下列函数是“$H$函数”的为( )

A.$f(x)=e^{x}+1$ B.$f(x)=3x−2(sinx−cosx)$

C.$f(x)=−x^{3}+x+1$ D.$f(x)=\left\{\begin{matrix}ln|x|,&x\ne 0,\\0,&x=0\end{matrix}\right.$

**三、填空题**

9.已知函数$f(x)=x^{2}−2lnx$,则函数$f(x)$的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_,若函数$f(x)$在区间$(0,a)$上单调递减,则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.已知函数$f(x)=mx^{2}−x+lnx$.若在函数$f(x)$的定义域内存在区间$D$,使得该函数在区间$D$上为减函数,则实数$m$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知二次函数$ℎ(x)=ax^{2}+bx+$2, 其导函数$y=ℎ^{'}(x)$的图象如图所示,$ f(x)=6lnx+ℎ(x)$.

(1)求函数$f(x)$的解析式;

(2)若函数$f(x)$在区间$\left(1,m+\frac{1}{2}\right)$上是单调函数,求实数$m$的取值范围.

12.已知函数$f(x)=(x+1)lnx−ax+a$($a$为正实数,且为常数).

(1)若函数$f(x)$在区间$(0,+\infty )$上单调递增,求实数$a$的取值范围;

(2)若不等式$(x−1)f(x)⩾0$恒成立,求实数$a$的取值范围.