**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

　**导数与函数的极值、最值**

研制人：葛生芳 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.借助函数的图象，了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；

2.能利用导数求某些函数的极大值、极小值以及给定闭区间上不超过三次的多项式函数的最大值、最小值；

3.体会导数与单调性、极值、最大（小）值的关系.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

（1）函数在某区间上或定义域内的极大值是唯一的.( )

（2）导数为零的点不一定是极值点. ( )

（3）函数的极大值一定比极小值大. ( )

（4）开区间上的单调连续函数无最值. ( )

2.函数$f(x)=x^{3}−3x$的极大值为( )

A.2 B.$−2$ C.1 D.$−1$

3.函数$f(x)=2x^{3}+9x^{2}−2$在$[−4,2]$上的最大值和最小值分别是( )

A.$25,−2$ B.50,14 C.$50,−2$ D.$50,−14$

4.(多选题)已知函数$y=f(x)$的导函数$f^{'}(x)$的图象如图所示,以下命题错误的是( )

A.$−3$是函数$y=f(x)$的极值点

B.$−1$是函数$y=f(x)$的最小值点

C.$y=f(x)$在区间$(−3,1)$上单调递增

D.$y=f(x)$在$x=0$处切线的斜率小于零

5.已知函数$f(x)=x^{3}+3ax^{2}+bx+a^{2}$在$x=−1$处有极值0, 则$a−b=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.函数的极值： 极大值： 极小值： 函数的极值点：

2.函数极值的求法：

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数研究函数的极值**

**例1**. 已知函数$f(x)=x−alnx$.

(1)若曲线$y=f(x)+b(a,b\in R)$在$x=1$处的切线方程为$x+y−3=0$,求$a,b$的值;

(2)试讨论函数$g(x)=f(x)+\frac{a+1}{x}(a\in R)$的极值.

**考点二 利用导数研究函数的最值**

**例2.** 已知函数$f(x)=12−x^{2}$.设曲线$y=f(x)$在点$(t$,$f(t))$处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为$S(t)$,求$S(t)$的最小值.

**变式** 已知函数$f\left(x\right)=log\_{2}x,g(x)=2log\_{2}⁡(2x+a),a\in R$.设$a>−2$,求函数$ℎ(x)=g(x)−f(x),x\in [1,2]$的最小值.

**例3.** 已知函数$f(x)=2x^{3}−ax^{2}+b$.

(1)试讨论$f(x)$的单调性;

(2)是否存在$a,b$,使得$f(x)$在区间$[0$,$1]$的最小值为$−1$且最大值为1? 若存在, 求出$a,b$的所有值; 若不存在,请说明理由.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

　**导数与函数的极值、最值**

研制人：葛生芳 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.设函数$f(x)=\frac{2}{x}+lnx$, 则( )

A.$x=\frac{1}{2}$为$f(x)$的极大值点 B.$x=\frac{1}{2}$为$f(x)$的极小值点

C.$x=2$为$f(x)$的极大值点 D.$x=2$为$f(x)$的极小值点

2.函数$f(x)=x^{3}−3lnx$的最小值为( )

A.0 B.1 C.2 D.3

3.若函数$f(x)=x^{3}−3x$在$(a,6−a^{2}$)上有最小值, 则实数$a$的取值范围是( )

A.$(−\sqrt{5},1)$ B.$[−\sqrt{5},1)$ C.$[−2,1)$ D.$(−2,1)$

4.已知函数$f(x)$的导函数为$f^{'}(x)$,对任意$x\in R$,都有$f^{'}(x)>−f(x)$成立,若$f(ln2)=\frac{1}{2}$,则满足不等式$f(x)>\frac{1}{e^{x}}$的$x$的取值范围是( )

A.$(1,+\infty )$ B.$(0,1)$ C.$(ln2,+\infty )$ D.$(0, ln2)$

5.已知函数$f(x)=2lnx+ax^{2}−3x$在$x=2$处取得极小值, 则$f(x)$的极大值为( )

A.2 B.$−\frac{5}{2}$ C.$3+ln2$ D.$−2+2ln2$

6.若函数$y=f(x)$存在$(n−1)\left(n\in N^{∗}\right)$个极值点,则称$y=f(x)$为$n$折函数,例如$f(x)=x^{2}$为2折函数.已知函数$f(x)=(x+1)e^{x}−x(x+2)^{2}$, 则$f(x)$为( )

A.2折函数 B.3折函数 C.4折函数 D.5折函数

**二、多选题**

7.设函数$f(x)$在$R$上可导,其导函数为$f^{'}(x)$,若函数$f(x)$在$x=1$处取得极大值,则函数$y= −xf^{'}(x)$的图象不可能是( )



8.已知函数$f(x)=xlnx+x^{2},x\_{0}$是函数$f(x)$的极值点, 以下几个结论正确的是( )

A.$0<x\_{0}<\frac{1}{e}$ B.$x\_{0}>\frac{1}{e}$ C.$f\left(x\_{0}\right)+2x\_{0}<0$ D.$f\left(x\_{0}\right)+2x\_{0}>0$

**三、填空题**

9. 已知函数$f(x)=2sinx+sin2x$,则$f(x)$的最大值是\_\_\_\_\_\_\_$;f(x)$的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.若函数$f(x)$与$g(x)$满足:存在实数$t$,使得$f(t)=g^{'}(t)$,则称函数$g(x)$为$f(x)$的“友导”函数.已知函数$g(x)=−\frac{1}{3}x^{3}−3x+1$为函数$f(x)=2xlnx−ax$的“友导”函数,则$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知函数$f(x)=\frac{1}{2}m\left(x^{2}−1\right)−lnx(m\in R)$.

(1)若$m=1$,求证:$f(x)⩾0$;

(2)试讨论函数$f(x)$的极值.

12.已知函数$f(x)=ae^{x−1}−lnx+lna$.

(1)当$a=e$时,求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2)若$f(x)⩾1$,求$a$的取值范围.