数列单元过关训练

班级__________姓名______________日期___________评价______________

一、单项选择题(本大题共 8 小题.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_9=\frac{1}{2}a_{12}+3$,则数列$\{a_n\}$的前 11 项和$S_{11}=$ (　　)

A. 21　　B. 48

C. 66　　D. 132

2. 等比数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_4+a_7=6$,$a_3+a_6+a_9=24$,则$\{a_n\}$的前 9 项的和为 (　　)

A. 18　　B. 42　　C. 45　　D. 18 或 42

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_n>0$,$a_{n+1}^2-a_n^2=1(n\in\mathbf{N}^*)$,那么使$a_n<5$成立的$n$的最大值为 (　　)

A. 4　　B. 5

C. 24　　D. 25

4. 设等比数列$\{a_n\}$的公比为q,前n项和为S_n,则"$q>0$"是"$S_1\cdot S_3<S_2^2$"的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足$a_1=b_1=1$,$a_{n+1}-a_n=\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$,$n\in\mathbf{N}^*$,则数列$\{b_{a_n}\}$的前$n$项和$S_n$为 (　　)

A. $\frac{4}{3}(4^{n-1}-1)$　　B. $\frac{4}{3}(4^n-1)$

C. $\frac{1}{3}(4^{n-1}-1)$　　D. $\frac{1}{3}(4^n-1)$

6.《九章算术》卷第六"均输"中有如下问题:"今有五人分五钱,令上二人所得与下三人等.问各得几何?"其大意为"已知甲、乙、丙、丁、戊五人分 5 钱,甲、乙两人所得之和与丙、丁、戊三人所得之和相同,且甲、乙、丙、丁、戊所得依次成等差数列,问五人各得多少钱?"("钱"是古代的一种重量单位).则在这个问题中,乙所得为 (　　)

A. $\frac{7}{3}$钱　　B. $\frac{7}{6}$钱

C. $\frac{8}{3}$钱　　D. $\frac{10}{3}$钱

7. 据有关文献记载,我国古代一座 9 层塔共挂了 126 盏灯,且相邻两层中的下一层灯比上一层灯都多$n(n\in\mathbf{N}^*)$盏,底层的灯数是顶层的 13 倍,则塔的底层共有灯 (　　)

A. 2 盏　　B. 3 盏

C. 26 盏　　D. 27 盏

8. 若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+a_n=(-1)^n n(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$前 20 项的和为 (　　)

A. -100　　B. 100　　C. -110　　D. 110

二、多项选择题(本大题共 4 小题.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求)

9. 已知S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和,$S_4=0$,$a_5=10$,则 (　　)

A. $S_n=2n^2-8n$　　B. $a_n=2n-5$

C. $a_n=4n-10$　　D. $S_n=\frac{1}{2}n^2-2n$

10. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_5=11$,$a_{12}=-10$,S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,则 (　　)

A. $a_1+a_{16}=1$　　B. S_8是$\{S_n\}$中的最大项

C. S_9是$\{S_n\}$中的最小项　　D. $|a_8|<|a_9|$

11. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{a_n}{2+3a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列结论正确的是 (　　)

A. $\left\{\frac{1}{a_n}+3\right\}$为等比数列　　B. $\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{2^{n+1}-3}$

C. $\{a_n\}$为递增数列　　D. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和$T_n=2^{n+2}-3n-4$

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq 0$,且a_3,a_5,a_{15}成等比数列.若$a_5=5$,S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,则数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$的前$n$项和取最小值时,$n$的值可能为(　　)

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

三、填空题(本大题共4小题)

13. 已知等比数列$\{a_n\}$中,$S_2=1$,$a_2+a_3=2$,则$S_6=$________.

14. 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=a+b\cdot 2^n$,且$a_2,9,a_5$成等差数列,则$a-b$的值为________.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_2+a_5=18$,$a_3a_4=32$,若$\{a_n\}$为等差数列,其前n项和为S_n,则$S_6=$________;若$\{a_n\}$为单调递减的等比数列,其前n项和$T_n=63$,则$n=$________.

16. 已知数列$\{a_n\}$满足递推关系式$a_{n+1}=2a_n+2^n-1(n\in\mathbf{N}^*)$,且$\left\{\frac{a_n+\lambda}{2^n}\right\}$为等差数列,则$\lambda$的值是________.

四、解答题(本大题共6小题.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_2=3$,$S_5=20$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n,且$b_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$,求证:$\frac{1}{4}\leqslant T_n<\frac{1}{2}$.

18. 在①$S_3-a_4=6$,②$a_3=2a_1+a_2$,③$S_6=42$这三个条件中任选一个,补充在下面问题中,若问题中的k存在,求$\{a_n\}$的通项公式;否则,说明理由.

问题:数列$\{a_n\}$的各项均为正数,其前n项和为S_n,是否存在正实数k使得$a_n^2+ka_n=2kS_n$,且__________?

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

19. 已知数列$\{a_n\}$是公差为2的等差数列,其前n项和为S_n,且a_1,a_3,a_7成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\left\{\frac{1}{S_n+2}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

20. 已知数列$\{\log_2(a_n-1)\}(n\in\mathbf{N}^*)$为等差数列,且$a_1=3,a_3=9$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设$b_n=\frac{2}{a_n-1}$,S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和,若对任意$n\in\mathbf{N}^*$,总有$S_n<\frac{m-4}{3}$,求m的取值范围.

21. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=\dfrac{4}{4-a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证:数列$\left\{\dfrac{1}{a_n-2}\right\}$是等差数列.

(2)设$b_n=\dfrac{a_{2n}}{a_{2n-1}}-1$,求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

22. 已知数列$\{a_n\}$满足$2^{n-1}a_1+2^{n-2}a_2+\cdots+2a_{n-1}+a_n=n,n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{b_n\}$满足$b_1=1,b_{n+1}-b_n=2^n\cdot a_n$,求数列$\{b_n\}$的通项公式.