**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

**圆锥曲线的综合应用**

研制人：鲁媛媛 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1．明确圆锥曲线定义、方程、性质相关的综合问题的解决办法；

2．会处理圆锥曲线与直线相交背景下产生的与几何量相关的定值定性和最值(范围)问题.．

**【基础训练】**

1. 设抛物线$y^{2}=4x$的焦点为$F$，准线为$l，P$为抛物线上一点，$PA⊥l$，垂足为$A$，如果直线$AF$的斜率为$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，那么$PF=$（ ）

A.$2\sqrt{3}$ B.$\frac{4}{3}$ C.$\sqrt{3}$ D.2

2. 设$A，B$是抛物线$y^{2}=4x$上的两点，抛物线的准线与$x$轴交于点$N$，已知弦$AB$的中点$M$的横坐标为3，记直线$AB$和$MN$的斜率分别为$k\_{1}$和$k\_{2}$，则$k\_{1}^{2}+k\_{2}^{2}$的最小值为（ ）

A.$2\sqrt{2}$ B.2 C.$\sqrt{2}$ D.1

3. (多选题)设椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$, 右顶点为$A$，离心率为$\frac{1}{2}$. 已知$A$是抛物线$y^{2}=2px(p>0)$的焦点，$F$到抛物线的准线$l$的距离为$\frac{1}{2}$. 设$l$上两点$P，Q$关于$x$轴对称，直线$AP$与椭圆相交于点$B$(点$B$异于点$A$) ，直线$BQ$与$x$轴相交于点$D$. 若$△APD$的面积为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，则直线$AP$的方程为（ ）

A.$-3x+\sqrt{6}y-3=0$ B.$-3x-\sqrt{6}y-3=0$

C.$3x+\sqrt{6}y-3=0$ D.$3x-\sqrt{6}y-3=0$

4. 已知点$F\_{1}，F\_{2}$分别为双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，点$A，B$在$C$的右支上，且点$F\_{2}$恰好为$△F\_{1}AB$的外心，若$\left(\vec{BF\_{1}}+\vec{BA}\right)⋅\vec{AF\_{1}}=0$，则$C$的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5. 已知双曲线的虚轴长为4，直线2*x*－*y*＝0为双曲线*C*的一条渐近线．

(1)求双曲线*C*的标准方程；

(2)记双曲线*C*的左、右顶点分别为*A*，*B*，过点*T*(2，0)的直线*l*交双曲线*C*于点*M*，*N*(点*M*在第一象限)，记直线*MA*斜率为，直线*NB*斜率为，求证：为定值．

**【例题精讲】**

**题型一 定点问题**

**例1.** 如图，在平面直角坐标系$xOy$中，已知椭圆$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{4}=1$的上顶点为$B\_{1}$，下顶点为$B\_{2}$. 设$P，Q$为直线$y=-3$上的两点，且$\vec{B\_{2}P}⋅\vec{B\_{2}Q}=-24. PB\_{1}，QB\_{1}$分别交椭圆于点$M，N$，记直线$PB\_{1}，QB\_{1}$的斜率分别为$k\_{1}，k\_{2}$.

(1)求$k\_{1}k\_{2}$的值;

(2)求证: 直线$MN$恒过定点，并求出该定点的坐标.

**题型二 定值问题**

**例2.** 已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，左、右焦点分别为$F\_{1}，F\_{2}$，点$D$在椭圆$C$上，$△DF\_{1}F\_{2}$的周长为6.

(1)求椭圆$C$的方程;

(2)已知直线$l$经过点$A\left(2，1\right)$ ，且与椭圆$C$交于不同的两点$M，N$，若$\left|AM\right|，\frac{1}{2}\left|OA\right|，\left|AN\right|$

$(O$为坐标原点)成等比数列，试判断直线$l$的斜率是否为定值. 若是，请求出该定值; 若不是，请说明理由.

**题型三 最值与范围问题**

**例3**. (1)已知$F$为抛物线$C:y^{2}=2x$的焦点，过$F$作两条互相垂直的直线$l\_{1}，l\_{2}$，直线$l\_{1}$与$C$交于$A，B$两点，直线$l\_{2}$与$C$交于$D，E$两点，则$AB+DE$的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

(2)已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=1$与圆$O:x^{2}+y^{2}=1$，若圆$O$的切线$l$交椭圆于点$A，B$，则$AB$的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**题型四 圆锥曲线中的探索性问题**

**例4**. 已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的一个焦点与上、下顶点两两相连构成直角三角形，以椭圆$C$的长轴长为直径的圆与直线$x+y-2=0$相切.

(1)求椭圆$C$的标准方程;

(2)设过椭圆右焦点且不重合于$x$轴的动直线与椭圆$C$相交于$A，B$两点，试探究在$x$轴上是否存在定点$E$，使得$\vec{EA}⋅\vec{EB}$为定值. 若存在，试求出定值和点$E$的坐标; 若不存在，请说明理由.

**【总结反思】**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

**圆锥曲线的综合应用**

研制人：鲁媛媛 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

1. 已知点$A(2,0)$,抛物线$C:x^{2}=4y$的焦点为$F$,射线$FA$与抛物线$C$相交于点$M$,与其准线相交于点$N$,则$\frac{FM}{MN}=$（ ）

A.$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B.$\frac{1}{2}$ C.$\frac{\sqrt{5}}{5}$ D.$\frac{1}{3}$

2. 已知直线 $l:y=k(x-\sqrt{2})$ 与曲 线 $x^{2}-y^{2}=1$ $(x>0)$ 相交于 $A,B$ 两点, 则直线 $l$ 倾斜角 $α$ 的取值范围是（ ）

A. $[0,π)$ B. $\left(\frac{π}{4},\frac{π}{2}\right)∪\left(\frac{π}{2},\frac{3π}{4}\right)$ C. $\left[0,\frac{π}{2}\right)$ D. $\left[\frac{π}{4},\frac{π}{2}\right)∪\left(\frac{π}{2},\frac{3π}{4}\right]$

3. 已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{2}=1,O$为坐标原点,作斜率为$k$的直线交椭圆$E$于$A,B$两点,线段$AB$的中点为$M$,直线$OM$与$AB$的夹角为$θ$,且$tan⁡θ=2\sqrt{2}$,则$k=$（ ）

A.$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ B.$\pm \sqrt{2}$ C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$ D.$\sqrt{2}$

4. 已知$A(2,0),B(0,1)$是椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1$的两个顶点,直线$y=kx(k>0)$与直线$AB$相交于点$D$,与椭圆相交于$E,F$两点,若$\vec{ED}=6\vec{DF}$,则斜率$k$的值为（ ）

A.$\frac{2}{3}$ B.$\frac{3}{8}$ C.$\frac{2}{3}$或$\frac{3}{8}$ D.$\frac{2}{3}$或$\frac{3}{4}$

5. 设$F\_{2}$为椭圆$C:\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{2}=1$的右焦点,点$A(0$,$\sqrt{2})$,点$P$在椭圆$C$上,则当$△APF\_{2}$的周长最大时,线段$PF\_{2}$的长是（ ）

A.$\frac{2}{3}$ B.$\frac{10}{3}$ C.2 D.3

6. (多选题)已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a}+\frac{y^{2}}{b}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1},F\_{2}$且$\left|F\_{1}F\_{2}\right|=2$,点$P(1,1)$在椭圆内部,点$Q$在椭圆上,则以下说法正确的是（ ）

A.$\left|QF\_{1}\right|+|QP|$的最小值为$2a-1$ B.椭圆$C$的短轴长可能为2

C.椭圆$C$的离心率的取值范围为$\left(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ D.若$\vec{PF\_{1}}=\vec{F\_{1}Q}$ , 则椭圆$C$的长轴长为$\sqrt{5}+\sqrt{17}$

7 . (多选题)抛物线$C$:$x^{2}=4y$的焦点为$F,P$为其上一动点,设直线$l$与抛物线$C$相交于$A,B$两点,点$M(2,2)$,下列结论正确的是（ ）

A.$|PM|+|PF|$的最小值为3

B.抛物线$C$上的动点到点$H(0,3)$的距离最小值为3

C.存在直线$l$,使得$A,B$两点关于$x+y-3=0$对称

D.若过$A,B$的抛物线的两条切线交准线于点$T$,则$A,B$两点的纵坐标之和的最小值为2

8. 已知$F$是双曲线$C:x^{2}-\frac{y^{2}}{8}=1$的右焦点, $P$是$C$左支上一点,点$A(0,6\sqrt{6})$,则当$△APF$的周长最小时,该三角形的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

9. 在平面直角坐标系$xOy$中,点$M$是椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$上的点, 以$M$为圆心的圆与$x$轴相切于椭圆的焦点$F$, 圆$M$与$y$轴相交于$P,Q$两点. 若$△PQM$是钝角三角形, 则该椭圆离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10. 已知点$A,F$分别为双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左顶点和右焦点,且点$A,F$到双曲线$C$右准线*x=*$\frac{a^{2}}{c}$的距离相等.

(1)求双曲线$C$的离心率;

(2)设$M$为双曲线$C$上的点,且点$M$到双曲线$C$的两条渐近线的距离乘积为$\frac{3}{4}$.

①求双曲线$C$的方程;

②设过点$F$且与坐标轴不垂直的直线$l$与双曲线$C$相交于点$P,Q$,线段$PQ$的垂直平分线与$x$轴交于点$B$,求$\frac{PQ}{BF}$的值.

11. 已知抛物线$C\_{1}:y^{2}=2px(p>0)$与椭圆$C\_{2}$:$\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=1$有一个相同的焦点, 过点$A(2,0)$且与$x$轴不垂直的直线$l$与抛物线$C\_{1}$交于$P,Q$两点, $P$关于$x$轴的对称点为$M$.

(1)求抛物线$C\_{1}$的方程;

(2)试问直线$MQ$是否过定点? 若是,求出该定点的坐标; 若不是,请说明理由.