**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学综合训练（6）**

**一、选择题.本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.集合，，则(    )

A. B. C. D.

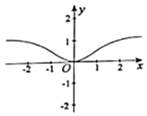
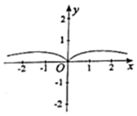
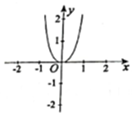
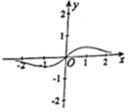
2.已知，，若向量，共线，且，则实数*m*的取值为(     )

A. 1 B. C. 3 D.

3.复数在复平面内对应的点位于(     )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4.函数的图象大致是(     )

A.  B.   
C.  D. 

5.若，则(    )

A. 9 B. C. 405 D.

6.将函数的图象向右平移个单位长度后得到函数的图象，若在上单调递减，则的最大值为(     )

A. B. C. D. 1

7.已知双曲线的左焦点为，*M*为*C*右支上任意一点，*D*的坐标为，则的最大值为(     )

A. 3 B. 1 C. D.

8.若，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为(     )

A. B. C. D.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9.2017年3月，由国家信息中心“一带一路”大数据中心等编写的《“一带一路”贸易合作大数据报告》发布，呈现了我国与“一带一路”沿线国家的贸易成果现状报告．贸易顺差额=贸易出口额-贸易进口额．由数据分析可知，在2011年到2016年这六年中(     )

|  |
| --- |
|  |

A. 2016年中国与沿线国家贸易进口额最小  
B. 中国与沿线国家贸易进口额的中位数为4492亿美元  
C. 中国与沿线国家贸易出口额逐年递增  
D. 中国与沿线国家贸易顺差额逐年递增

10.已知数列满足，，为数列的前n项和，则(     )

A.   
B. 是关于n的单调递增数列  
C. 可以取到的任意一个值  
D. 若对一切正整数n都成立，则

11.在三棱锥中，已知，，，平面平面ABC，且，则(     )

A.   
B. 平面平面ABC  
C. 三棱锥的体积为  
D. 三棱锥的外接球的表面积为

12.已知函数，若关于x的方程有3个不同的实数根，则t的取值可以为(     )

A. B. C. D. 3

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知*a*，*b*为正实数，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知抛物线*C*：的焦点为*F*，抛物线上的点到焦点的距离，则点*M*的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.设*D*，*E*，*F*分别为边长为2的三角形*ABC*的三边的中点，从这6个点中任意取出三个不共线的点，则这三点构成的三角形面积为的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.若四棱锥的各顶点都在同一个球*O*的表面上，底面*ABCD*，，，，，则球*O*的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17.（10分）在等差数列中，已知，是一元二次方程的两个根．  
求，；  
求的通项公式．

1. （12分）在中，已知，  
   若，求的面积； 若，求的周长．  
   参考数据：
2. （12分）某机构对于某地区的10000户家庭中的年可支配收入的调查中，获得如下的统计数据：的家庭将年可支配收入入购买银行结构性存款，的家庭将年可支配收入存入银行，其余家庭将年可支配收入用于风险投资．又已知银行结构性存款获得的年收益率为的概率为，获得的年收益率为的概率为，存入银行的年收益率为，风险投资的平均收益率为，以下把频率当概率，假设该地区的每个家庭的年可支配收入为10万元．  
   求家庭的可支配收入不存入银行的概率；  
   设年可支配收入为10万元获得的年收益为X，求X的分布列和数学期望．

20.（12分）如图，在长方体中，，若平面APSB与棱，分别交于点P，S，且，Q，R分别为棱，BC上的点，且  
求证：平面平面；  
设平面APSB与平面所成锐二面角为，探究：是否成立？请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

21.（12分）已知椭圆C的标准方程为，右焦点为F，离心率为，椭圆C上一点为直线AB的方程为，交椭圆C于A，B两点，M为AB中点．  
求椭圆C的标准方程；  
过F且与AB垂直的直线与直线OM交于P点，过O点作一条与AB平行的直线l，过F作与MO垂直的直线m，设，求证：直线轴．

22.（12分）已知函数  
证明：函数在区间内存在唯一的极大值点；  
判断函数在上的极值点的个数．  
参考数据：，，

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学综合训练（6）答案**

**一、选择题.本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 集合，，则(    )

A. B. C. D.

【答案】*C* 解：集合，，  
  
故选：

1. 已知，，若向量，共线，且，则实数*m*的取值为(    )

A. 1 B. C. 3 D.

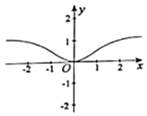
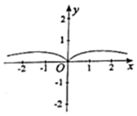
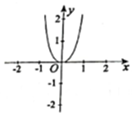
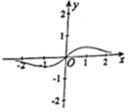
【答案】*B* 解：，，若向量，共线，且，  
，  
即，解得舍或  
故选：

1. 复数在复平面内对应的点位于(    )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】*A* 解：，  
复数在复平面内对应的点，位于第一象限．  
故选：

1. 函数的图象大致是(    )

A.  B.   
C.  D. 

【答案】*A* 解：为偶函数，图像关于*y*轴对称，所以排除*D*，  
又，排除*B*，*C*，所以选  
故选：

1. 若，则(    )

A. 9 B. C. 405 D.

【答案】*C* 解：由已知可得为的系数，  
则展开式中含的项为，  
则，故选：

1. 将函数的图象向右平移个单位长度后得到函数的图象，若在上单调递减，则的最大值为(    )

A. B. C. D. 1

【答案】*B* 解：将的图象向右平移个单位长度后得到的图象．因为，所以，  
因为在上单调递减，所以，，即，所以，的最大值为，  
故选：

1. 已知双曲线的左焦点为，*M*为*C*右支上任意一点，*D*的坐标为，则的最大值为(    )

A. 3 B. 1 C. D.

【答案】*D* 解：双曲线的实半轴长为，右焦点为，  
所以，  
当且仅当*M*，，*D*三点共线时取等号．故选：

1. 若，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为(    )

A. B. C. D.

【答案】*B* 解：，，  
，，即，  
，即，又，，  
，，，即，  
，即，  
，，故选：

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

1. 2017年3月，由国家信息中心“一带一路”大数据中心等编写的《“一带一路”贸易合作大数据报告》发布，呈现了我国与“一带一路”沿线国家的贸易成果现状报告．贸易顺差额=贸易出口额-贸易进口额．由数据分析可知，在2011年到2016年这六年中(    )

|  |
| --- |
|  |

A. 2016年中国与沿线国家贸易进口额最小  
B. 中国与沿线国家贸易进口额的中位数为4492亿美元  
C. 中国与沿线国家贸易出口额逐年递增  
D. 中国与沿线国家贸易顺差额逐年递增

【答案】*AB* 解：由题目中的数据分析可知，在2011到2016这六年中，  
中国与沿线国家贸易进口额依次为：，，，，，，  
所以2016年中国与沿线国家贸易进口额最小，选项*A*正确；  
中国与沿线国家贸易进口额的中位数为亿美元，选项*B*正确；  
中国与沿线国家贸易出口额前四连续递增，从2015年开始连续两年递减，选项*C*错误；  
在2011到2016这六年中，中国与沿线国家顺差额依次为：  
，，，，，，  
所以中国与沿线国家贸易顺差额前5个逐年递增，  
2016年中国与沿线国家贸易顺差额首次下降，选项*D*错误．  
故选：

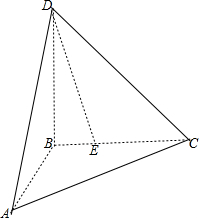
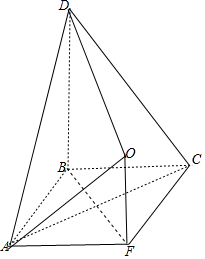
1. 已知数列满足，，为数列的前*n*项和，则(    )

A.   
B. 是关于*n*的单调递增数列  
C. 可以取到的任意一个值  
D. 若对一切正整数*n*都成立，则

【答案】*BD* 解：当时，，所以，  
当时，，所以，  
当时，，满足上式，所以，即*A*错误；  
，  
故，  
当*n*越大时，越小，越大，所以是关于*n*的单调递增数列，即*B*正确；  
当时，取得最小值，  
所以，但*n*只能取正整数，所以不可以取到的任意一个值，即*C*错误；  
若对一切正整数*n*都成立，则，所以*D*正确．  
故选：

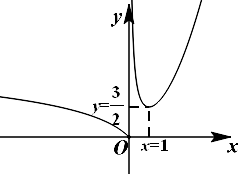
1. 在三棱锥中，已知，，，平面平面*ABC*，且，则(    )

A.   
B. 平面平面*ABC*  
C. 三棱锥的体积为  
D. 三棱锥的外接球的表面积为

【答案】*ABC*   
解：三棱锥中，已知，，  
所以，所以，过点*D*作于点*E*，  
由于平面平面*ABC*，平面平面，所以平面*ABC*，  
所以，假设*DB*，*DE*不重合，由于，所以平面*DBC*，  
所以，这样与矛盾；  
所以假设不成立，所以*DB*和*DE*重合，即平面*ABC*；  
所以；由于平面*DAB*，所以平面平面*ABC*，所以*A*和*B*正确；  
如图所示：  
  
三棱锥的体积为，故*C*正确；  
设的外心为*F*，外接圆的半径为，过点*F*作平面*ABC*，  
设*O*为外接球的球心，  
则，，所以，  
故，解得，所以，  
所以，故*D*错误；  
如图所示：  
  
故选：

1. 已知函数，若关于*x*的方程有3个不同的实数根，则*t*的取值可以为(    )

A. B. C. D. 3

【答案】*AB* 解：当时，，易知当时，，单调递减，当时，，单调递增，且，作出函数的图象如下图所示，  
  
令，则方程为，  
要想方程有3个不同的实数根，  
结合的图象可知，需要满足，有两个不同的实数根，，  
满足且或满足且  
令，则，即，  
当时，另外一个根为，不符合且；  
当且时，必须，所以  
综上，由选项可知*AB*符合．  
故选：

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

1. 已知*a*，*b*为正实数，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】6  解：因为*a*，*b*为正实数，且，  
则，所以，  
当且仅当，即时取等号，此时取得最小值为6，故答案为：

1. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，抛物线上的点到焦点的距离，则点*M*的坐标为\_\_\_\_\_\_.

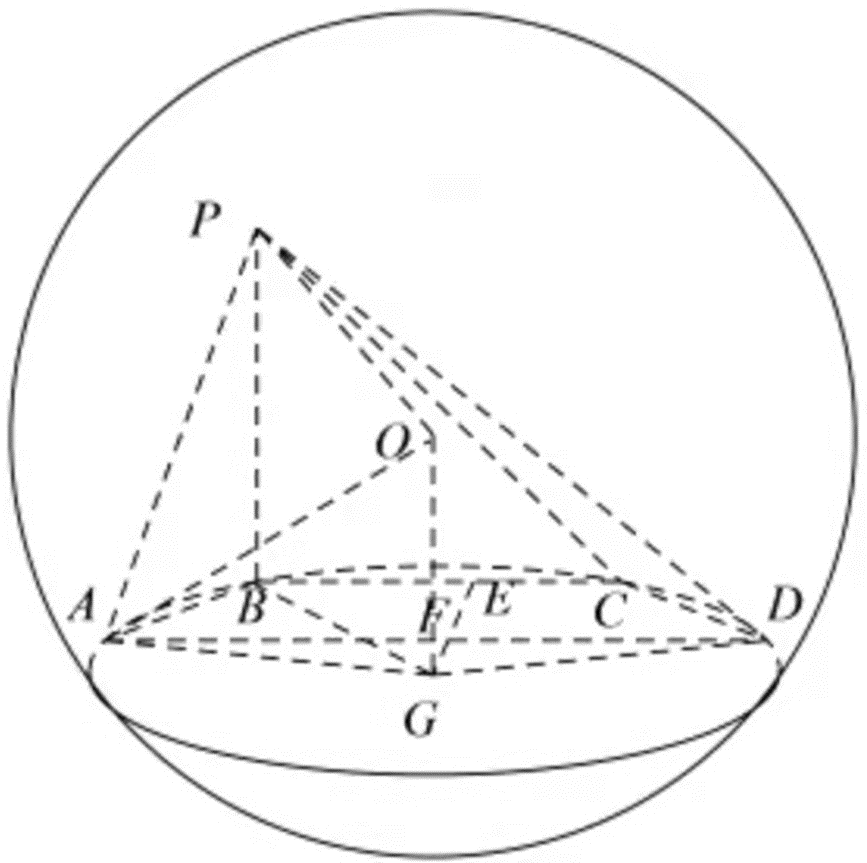
【答案】 解：点*F*的坐标为，抛物线的准线方程为，  
由抛物线的定义可得，所以  
所以抛物线方程为，将代入方程，可得负值舍去，  
所以点*M*坐标为故答案为：

1. 设*D*，*E*，*F*分别为边长为2的三角形*ABC*的三边的中点，从这6个点中任意取出三个不共线的点，则这三点构成的三角形面积为的概率为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 解：设*D*，*E*，*F*分别为边长为2的三角形*ABC*的三边的中点，  
从这6个点中任意取出三个不共线的点，  
任选三个点组合，减去三种共线的情况，得到全部三角形个数为，  
边长为2的面积为，  
三角形面积为为一个小三角形的面积，  
有，，，，，，，，，，共10个，这三点构成的三角形面积为的概率为故答案为：

1. 若四棱锥的各顶点都在同一个球*O*的表面上，底面*ABCD*，，，，，则球*O*的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

解：设球心*O*到平面*ABCD*的距离为*h*，线段*AD*、*BC*的中点分别为*F*、*E*，如图所示，  
  
由题意得四边形*ABCD*所在的截面圆的圆心*G*必在线段*EF*的延长线上，  
因为，所以，  
所以，  
解得，，  
因为，所以，  
因为，所以，  
所以球*O*的半径为，  
所以球*O*的体积为故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17.（10分）在等差数列中，已知，是一元二次方程的两个根．  
求，；  
求的通项公式．

【答案】解：因为，所以或14，  
所以，；或，  
设公差为*d*，若，，则，所以通项公式为；  
若，，则，所以通项公式为

18.（12分）在中，已知，  
若，求的面积；  
若，求的周长．  
参考数据：

【答案】解：在中，  
由正弦定理得，，  
所以，  
所以的面积为  
  
  
因为，所以可设，，，  
在中，由余弦定理得，，  
因为，，  
所以，解得，  
所以三角形的周长为

19.（12分）某机构对于某地区的10000户家庭中的年可支配收入的调查中，获得如下的统计数据：的家庭将年可支配收入入购买银行结构性存款，的家庭将年可支配收入存入银行，其余家庭将年可支配收入用于风险投资．又已知银行结构性存款获得的年收益率为的概率为，获得的年收益率为的概率为，存入银行的年收益率为，风险投资的平均收益率为，以下把频率当概率，假设该地区的每个家庭的年可支配收入为10万元．  
求家庭的可支配收入不存入银行的概率；  
设年可支配收入为10万元获得的年收益为*X*，求*X*的分布列和数学期望．

【答案】解：的家庭将年可支配收入入购买银行结构性存款，的家庭将年可支配收入存入银行，其余家庭将年可支配收入用于风险投资，  
家庭的可支配收入不存入银行的概率  
由题意可得，*X*所有可能取值为，2000，3000，5000，  
，  
，  
，  
，  
故*X*的分布列为：

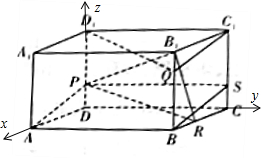
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* |  | 2000 | 3000 | 5000 |
| *P* |  |  |  |  |

故

20.（12分）如图，在长方体中，，若平面*APSB*与棱，分别交于点*P*，*S*，且，*Q*，*R*分别为棱，*BC*上的点，且  
求证：平面平面；  
设平面*APSB*与平面所成锐二面角为，探究：是否成立？请说明理由．

|  |
| --- |
|  |

【答案】

证明：在长方体中，  
因为平面，平面，所以，因为，，  
所以，所以，  
因为，，平面，  
所以平面，  
因为平面，所以平面平面  
解：以*D*为坐标原点，射线*DA*，*DC*，分别为*x*，*y*，*z*轴建立空间直角坐标系，  
  
，，，所以，，  
设平面*APSB*的法向量为，  
所以，不妨设，其中，  
由得，平面的法向量为，  
因为，，所以，  
则，  
若，则，解得，因为，所以成立．

21.（12分）已知椭圆*C*的标准方程为，右焦点为*F*，离心率为，椭圆*C*上一点为直线*AB*的方程为，交椭圆*C*于*A*，*B*两点，*M*为*AB*中点．  
求椭圆*C*的标准方程；  
过*F*且与*AB*垂直的直线与直线*OM*交于*P*点，过*O*点作一条与*AB*平行的直线*l*，过*F*作与*MO*垂直的直线*m*，设，求证：直线轴．

【答案】解：依题意得，解得，所以椭圆*C*的方程为  
证明：联立椭圆*C*的方程与直线*AB*的方程，  
消去*y*得，，设，，  
得，，  
设，所以，，  
所以直线*MO*的斜率为，*MO*的方程为，  
*F*的坐标为，过*F*且与*AB*垂直的直线方程为，  
由与联立消去*y*得，*P*点的横坐标为4，  
直线*m*的方程为，直线*l*的方程为，  
由与联立消去*y*得，*Q*点的横坐标也为4，所以直线轴．

22.（12分）已知函数  
证明：函数在区间内存在唯一的极大值点；  
判断函数在上的极值点的个数．  
参考数据：，，

【答案】证明：因为，所以，  
因为时，，分别单调递减，所以在区间单调递减，因为，所以，  
因为，所以，根据零点存在定理可得，存在唯一零点，使得，  
所以当时，，当，，所以是函数在区间内唯一的极大值点．  
解：，，当时，恒成立，  
所以在上单调递增．当时，单调递增，，，  
根据零点存在定理可知，存在唯一使得，  
在上单调递减，在上单调递增，  
，  
，，  
根据零点存在定理可知，存在，使得，，  
所以在、分别成立，在上成立，  
所以函数在上的极值点的个数为