江苏省仪征中学2022—2023学年度高三第一学期期初学情检测

数学试卷

命题人：陈宏强 审核人：鲁媛媛

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．**

1．设集合A＝，B＝，则AB＝ ( )

A． B． C．{3，4} D．{3，4，5}

**答案：**C

2．已知2＋i是关于*x*的方程的根，则实数*a*＝( )

A．2 **-**i B．**-** 4 C．2 D．4

**答案：**B

3．已知sin *θ*＋sin＝1，则sin＝ ( )

A． B． C． D．

**答案：**B

4．医学家们为了揭示药物在人体内吸收、排出的规律，常借助恒速静脉滴注一室模型来进行描述，在该模型中，人体内药物含量*x*（单位：mg）与给药时间*t*（单位：h）近似满足函数关系式，其中，*k*分别称为给药速率和药物消除速率（单位：mg/h）．经测试发现，当*t*＝23时，，则该药物的消除速率*k*的值约为( )

（参考数值：ln2≈0.69）

A． B． C． D．

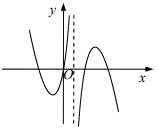
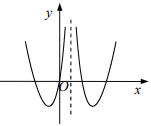
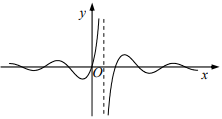
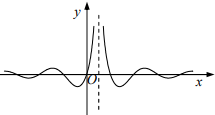
**答案：**A

5．的二项展开式中，奇数项的系数和为( )

A． B． C． D．

**答案：**C

6．函数的图象大致为 ( )

A B C D

**答案：**D

7．已知椭圆的左、右焦点分别为，点在椭圆上且位于第一象限,满足的平分线与相交于点，若，则椭圆的离心率为 ( )

A. B. C. D.

**答案：**D

8．设 , 则 ( )

A. B. C. D.

**答案：**A

**二、 选择题：本大题共4小题，每小题5分， 共计20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求的. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9．已知函数，则 ( )

A．的最小正周期为

B．将的图象上所有的点向右平移个单位长度，可得到的图象

C．在(，)上单调递增

D．点(，0)是图象的一个对称中心

**答案：**ACD

10．下列命题正确的是 ( )

A．若*z*1，*z*2为复数，则|*z*1*z*2|＝|*z*1|⋅|*z*2|

B．若为向量，则

C．若*z*1，*z*2为复数，且|*z*1＋*z*2|＝|*z*1－*z*2|，则*z*1*z*2＝0

D．若为向量，且，则

**答案：**AD

11．已知正四棱台的上下底面边长分别为，高为，是的中点，则 ( )

A．正四棱台的体积为

B．正四棱台的外接球的表面积为

C．平面

D．到平面的距离为

**答案：**BCD

12．某岗位聘用考核设置2个环节，竞聘者需要参加2

同时合格才能录用. 规定：第1环节考核3个项目，至少通过2个为合格，否则为不合格；第2环节考核5个项目，至少连续通过3个为合格，否则为不合格. 统计已有的测试数据得出第1环节每个项目通过的概率均为，第2环节每个项目通过的概率均为，各环节、各项目间相互独立，则 ( )

A. 竞聘者第1环节考核通过的概率为

B.若竞聘者第1环节考核通过个项目，则的均值

C. 竞聘者第2环节考核通过的概率为

D.竞聘者不通过岗位聘用考核可能性在以上

**答案：**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．已知函数,①,②,请写出一个同时满足条件① ②的函数的解析式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：（答案不唯一）**

14．已知△*OAB*，，，，过点*O*作*OD*垂直*AB*于点*D*，点*E*满足，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：**

15．“中国剩余定理”又称“孙子定理”，最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》卷下第二十六题，叫做“物不知数”，原文如下: 今有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二，问物几何? 现有这样一个相关的问题: 被3除余2且被5除余3的正整数按照从小到大的顺序排成一列，构成数列，记数列的前项和为，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：**

16．已知 恰好有三个零点, 则实数 的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：**

**四、解答题：本题共6小题，满分70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（本小题满分10分）

已知数列的首项,

(1)求证数列为等比数列;

(2)记，若，求的最大值.

**解:** (1)由条件得.

所以数列为等比数列.

(2)由(1)得,

所以, 所以,其中 0< <1.

当,

所以.

18．（本小题满分12分）

已知锐角中，角所对边为，且 .

(1)求角;

(2)若，求的取值范围.

**解:**(1)∵，∴,

∴ ，∴,

∴，∴.

又∵，∴.

(2)∵,由正弦定理,有,

∴

,

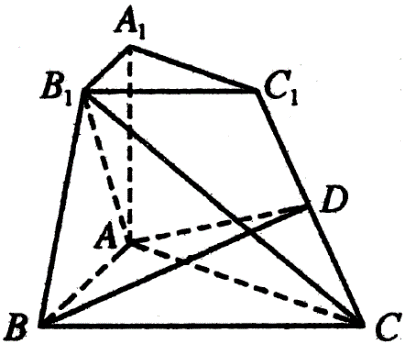
∴,

又∵为锐角三角形,

∴即,∴,∴,

∴的取值范围为.

19．（本小题满分12分）

如图，在三棱台中，，侧棱平面，点是棱的中点.

(1)证明: 平面平面;

(2)求二面角的正弦值.

**答案：**(1)证明:因为平面平面,所以,

又平面,所以平面.

又平面,所以.

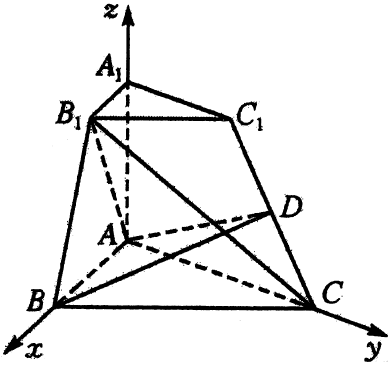
又因为,所以,

所以.

又平面,所以平面,

因为平面,所以平面平面.

(2)解:以为坐标原点,所在的直线分别为轴建立空间直角坐标系,如图所示.

因为,

所以.

设平面的一个法向量为,

设平面的一个法向量为,且

,,

因为 所以

令,则,所以.

又因为 所以

令,则,所以.

所以.

设二面角的大小为,则,

所以二面角的正弦值为.

20．（本小题满分12分）

日前，中华人民共和国应急管理部公布了《高层民用建筑消防安全规定》.其中提到：在公共门厅等地停放电动车或充电，拒不改正的个人，最高可处以100元罚款，为了研究知晓规定是否与年龄有关，某市随机抽取125名市民进行抽样调查，得到如下2×2列联表∶

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 知晓 | 不知晓 | 总计 |
| 年龄≤60 | 16 | 34 | 50 |
| 年龄>60 | 9 | 66 | 75 |
| 总计 | 25 | 100 | 125 |

参考公式∶，其中

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

(1)根据以上统计数据，是否有的把握认为知晓规定与年龄有关?

(2)将上述调查所得的频率视为概率，现在从本地所有市民中，采用随机抽样的方法抽取 位市民，记被抽取的位市民中知晓规定的人数为，求的分布列及数学期望.

**解:** (1)，

而,故有的把握认为知晓规定与年龄有关.

(2)易知服从二项分布,则,

则的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |  |

的数学期望为.

21．（本小题满分12分）

已知曲线的焦点为，曲线上有一点满足，过原点作两条相互垂直的直线交曲线于异于原点的两点.

(1)求证：直线与轴相交于定点；

(2)试探究轴上是否存在定点满足恒成立.若存在，请求出点坐标；若不存在，请说明理由.

**答案：**(1)在上，即，解得，所以，

故抛物线为，易知直线的斜率不为0，

故设，联立，

故，所以，

因为，则，则或（舍）,

故.

(2)假设存在，设，其中，因为，那么，

则轴为的角平分线，

若，则垂直于轴，轴平分，则垂直于轴，

则直线的方程为，此时，而相异，故，

同理故与的斜率互为相反数，

故当时，恒成立.

22．（本小题满分12分）

已知函数（为自然对数的底数）.

(1)若，求实数的取值范围；

(2)若不等式在上恒成立，求实数的取值范围.

**答案：**（1）由题意可知，，整理得，解得；

（2）设，则原不等式可化为，

整理得在上恒成立，设，

则，

① 当时，恒成立，所以单调递减，所以，不符题意；

② 当时，设，则，所以单调递增，

（i）若，即时，恒成立，即恒成立，

所以单调递增，所以，符合题意；

（ii）若，即时，，

所以存在，使得，则当时，，即，

所以在上单调递减，所以，不符题意；

综上，的取值范围为.