

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：5.2 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{1 - x^2}\}$, $B = \{(x, y) | y = 2x\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

2. 设 $a = 2^{0.2}$, $b = \sin 2$, $c = \log_2 0.2$, 则 a, b, c 的大小关系正确的是 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

3. 已知 $\sin(\beta - \alpha) \cos \beta - \cos(\alpha - \beta) \sin \beta = \frac{3}{5}$, α 为第三象限角, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

4. 已知 $x, y \in (0, +\infty)$, 若不等式 $\sqrt{x} + \sqrt{2y} \leq a\sqrt{\frac{x}{2}} + y$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 ()

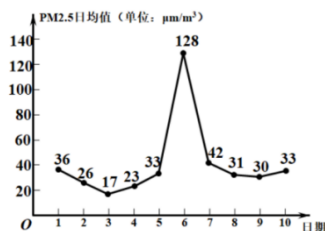
- A. $[1, +\infty)$ B. $[\sqrt{2}, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[2\sqrt{2}, +\infty)$

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. PM2.5 是衡量空气质量的重要指标. 下图是某地 9 月 1 日到 10 日的 PM2.5 日均值 (单

位: $\mu\text{g}/\text{m}^3$) 的折线图, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 这 10 天中 PM2.5 日均值的众数为 33
B. 这 10 天中 PM2.5 日均值的中位数是 32
C. 这 10 天中 PM2.5 日均值的中位数大于平均数
D. 这 10 天中 PM2.5 日均值前 4 天的方差大于后 4 天的方差



6. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $(a+b):(a+c):(b+c) = 9:10:11$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ B. $\triangle ABC$ 是钝角三角形
C. $\triangle ABC$ 的最大内角是最小内角的 2 倍 D. 若 $c = 6$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆半径为 $\frac{8\sqrt{7}}{7}$

三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分.

7. 4 名女生与 3 名男生站成一排, 最左端站女生, 最右端站男生, 且男生互不相邻的站法共 _____ 种.

8. 已知直线 $y = x + 1$ 上有两点 $A(a_1, b_1)$ 、 $B(a_2, b_2)$ ，且满足 $\sqrt{2} |a_1 a_2 + b_1 b_2| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \times \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$ ，若 $a_1 > a_2$ ， $|AB| = 2\sqrt{2}$ ，则这样的点 A 共有____个.

四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 $P\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ 是椭圆上一点， $|F_1 F_2|$ 是 $|PF_1|$ 和 $|PF_2|$ 的等差中项.
- (1) 求椭圆的标准方程；
- (2) 若 A 为椭圆的右顶点，直线 AP 与 y 轴交于点 H ，过点 H 的另一直线与椭圆交于 M, N 两点，且 $S_{\triangle HMA} = 6S_{\triangle PHN}$ ，求直线 MN 的方程.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：5.8 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 若复数 $z = \frac{1}{2} + bi$ ($b \in \mathbb{R}, i$ 为虚数单位) 满足 $z \cdot \bar{z} = \ln(\bar{z})$, 其中 $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数, $\ln(\bar{z})$ 表示 $\bar{z}$ 的虚部, 则 $\left| \frac{z}{1+i} \right|$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点 $(2, 0)$ 到双曲线的渐近线的距离为 1, 则双曲线的方程是 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

3. 已知 $(x+1)^3(x+2)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$, 则 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 7a_7 =$ ()

- A. 1764 B. 1806 C. 1836 D. 1872

4. 马拉松是一项历史悠久的长跑运动, 全程约 42 千米. 跑马拉松对运动员的身体素质和耐力是极大的考验, 专业的马拉松运动员经过长期的训练, 跑步时的步幅 (一步的距离) 一般略低于自身的身高, 若某运动员跑完一次全程马拉松用了 2.5 小时, 则他平均每分钟步数可能为 ()

- A. 60 B. 120 C. 180 D. 240

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. 若函数 $f(x) = x^3 + 2x^2 + a^2x - 1$ 有两个极值点, 则 a 的值可以为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = -\frac{2}{3}$, 等差数列 $\{b_n\}$ 的首项 $b_1 = 12$, 若 $a_9 > b_9$ 且 $a_{10} > b_{10}$, 则以下结论正确的有 ()

- A. $a_9 \cdot a_{10} < 0$ B. $a_9 > a_{10}$ C. $b_{10} > 0$ D. $b_9 > b_{10}$

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

7. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 对 $n \in \mathbb{N}^*$ 且 $n > 4$ 时, 有 $S_8 = 20$, $S_{2n-1} - S_{2n-9} = 116$, 则 $a_n =$ _____.

8. 已知圆 O_1 和圆 O_2 都经过点 $A(0, 1)$, 若两圆与直线 $4x - 3y + 5 = 0$ 及 $y + 1 = 0$ 均相切, 则 $|O_1O_2| =$ _____.

四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

9. 设函数 $f(x) = \ln x + x$.

(1) 令 $F(x) = f(x) + \frac{a}{x} - x (0 < x \leq 3)$, 若 $F(x)$ 的图象上任意一点 $P(x_0, y_0)$ 处切线的斜率

$k \leq \frac{1}{2}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若方程 $2mf(x) = x^2$ 有唯一实数解, 求正数 m 的值.