

# 让元认知训练融入高三数学课堂

文 / 姚华琴

**【摘要】**为了提升学生的数学学习能力,实现新课程标准提出的数学教学三维目标,笔者结合课堂教学实践案例,尝试把元认知训练融入高三数学的复习教学,以寻找提高数学复习效果的有效教学模式,期望对高三数学的教与学有所启示。

**【关键词】**高中数学;元认知;复习策略;数学思维

美国心理学家弗拉维尔(J.Flavell)1967年将元认知表述为“个人关于自己的认知过程及结果或其它相关事情的知识”,同时他又认为,元认知也指“为完成某一具体目标或任务,依据认知对象对认知过程进行主动的监测以及连续的调节和协调”。元认知主要包括元认知知识、元认知体验和元认知监控三个方面的要素。元认知知识是指以认知活动为对象所进行的注意、感知、记忆、思维等认知活动。元认知体验即主体伴随着认知活动而产生的认知体验或情感体验,是个体对其认知经验通过反思而获得的更具有概括性的经验。元认知监控是建立在元认知知识和元认知体验基础上的对认知活动的继续规划、执行和调整的过程,是一个人在认知活动中元认知能力发展水平的集中体现,是元认知的核心。

元认知是一种高级的心理技能,对提高学习目标的认识水平,促进学习策略的使用和迁移具有重要作用。大量的研究表明,元认知与学习成绩具有显著的正相关,并且元认知能力的增强可以通过有效教学得到提高。因此,在数学教学过程中重视学生的数学元认知活动的开展,加强对学生的数学方法和学习策略的指导,提高学生在学习过程中的自我监控能力是十分必要的。

## 一、创设课堂教学有效情景,增加学生的元认知体验

学生在学校获得元认知能力的途径一般有三种:一是学生凭借自身的学习经验,通过自己探索获得;二是在教师的教学活动在无意中习得;三是在专门的训练中明确获得,如教师或心理咨询师在课程之外专门进行的元认知知识训练。

### 1. 要保证学生在数学学习中的自主活动

《普通高中数学课程标准》中明确指出:学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习,高中数学课程还应倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习数学的方式。这些方式有助于发挥学生学习的主动性,使学生的学习过程成为在教师引导下的“再创造”过程。

复习过程中通过创设一定情境,为学生提供一个学习、表达、展示及应用各种学习策略的机会,提高学习的主动性和自觉性。运用启发式教学,让学生得到所有必要的具体情况,发现并进行恰当的概括,从而形成新知。让学生运用类比,学会归纳总结。

教师展示数学问题后先由师生一起分析讨论,理清解题思路;再由学生动手,请学习能力较强的学生将他们的解题过程展示出来。这样不仅为学习能力较差的学生提供了

一个学习的机会,也使这些学生的学习策略应用水平能得到其他同学的评价,通过这样的交流、反馈及自省过程,不仅可以提高学生的元认知水平,也可以提高学习的积极性,从而提高学习效率。

### 2. 充分暴露思维的思维过程

在教学过程中,老师采用出声思维,用自己的行为为自己观察、自我意识提供“模型”,让学生注意到在学习新知识或解决数学问题时应该如何思考并注意什么。在新授课中,教师可用语言说出自己是如何理解、记忆新概念的,如何将新知识与旧知识联系起来。在习题课中用语言描述自己的思维过程,请同学思考教师是如何做出每一个决定的?在哪些地方停下来思考的?是如何做出选择的?在平时的出声思维教学中学生会模仿教师的思维方式,逐渐增强学习和解题的各种意识,并最终形成自我观察、自我意识的能力。

在课堂上学生像老师一样使用出声思维,展现思维过程,暴露思维障碍,教师适时引导,使学生意识到自己的思维漏洞,并及时调整思考方向,优化解题思路。

笔者在教学实践中,根据学生认知规律,遵循循序渐进、螺旋式提高的教学原则,采用化大为小、化难为易的教学策略,以突破教学难点。例如,在讲解闭区间上求含参变量的有关二次函数的最值问题时,设计以下问题,降低总体难度。

例1 已知函数  $f(x) = x^2 + x + a^2 - 1$  在  $[0, 1]$  上的最小值为 0, 求参数  $a$  的值。

例2 已知函数  $f(x) = -x^2 + 2ax + a - 1$  在  $[0, 1]$  上的最大值为 1, 求参数  $a$  的值。

例3 已知函数  $f(x) = ax^2 + 2ax + 3$  在  $[-3, 2]$  上的最小值为 1, 求参数  $a$  的值。

例4 已知函数  $f(x) = x^2 + (2a-1)x - \frac{2}{3}$  在  $[-1, 2]$  上的最大值为 2, 求参数  $a$  的值。

教师使用出声思维做总体分析:这类问题大家熟悉吗?二次函数的最值问题怎么处理?例1由学生自己处理。二次函数图形是抛物线,可采用数形结合的思想,解题的关键要抓住图形的哪些方面?例2抓住对称轴与区间的关系进行讨论(左、中、右),边板书边讲解。若二次项系数为  $a$ ,应如何进行讨论?

由学生分析例4,仿例2根据对称轴与区间的关系进行讨论(左、中、右)。肯定学生解法的同时,进行反思,能不能进一步优化解法。最大值肯定在端点处取得,直接比较两端点的函数值。

在平时的出声思维教学中学生会模仿教师的思维方式,逐渐增强学习和解题时的各种意识,并最终形成自我观察、自我意识的能力。

## 二、数学基础知识的复习与元认知训练

### 1. 利用知识网络图指导学生自主复习

在高三的复习中,第一轮基础知识的复习很重要。在基

础知识的巩固学习中,要充分展现知识形成发展的过程,揭示其中蕴涵的丰富的数学思维。复习的基本策略是:从小到大、先粗后细,把课本中的知识单点、知识片断组合成知识网络体系,形成知识链、方法链。

例如平面向量一章的复习整理出如下的知识网络图:



学生在进行自主学习时,进行自我提问:

- ①这一章包含哪些内容?我以前学得如何?
- ②对主要概念我是否清楚?哪些概念不清楚,需要阅读一下相关课本?
- ③这一章的重点是什么?将要复习哪些内容?
- ④基本的题型有哪些?有哪些数学思想方法和解题方法?

让学生从知识网络上对将要复习的内容有一个整体的把握,在复习的时候做到心中有数,使原来迷惑的概念逐渐清晰化。

### 2. 数学概念复习与元认知训练

概念是数学知识中最普遍的形式,它是反映一类对象本质属性的思维方式。概念的形成是在教学条件下,从大量具体例子出发,从学生的实际经验中,以归纳的方法概括出一类事物的本质属性。这个归纳概括的过程就需要有元认知监察、调控的参与。针对学生基础知识薄弱的特点,教师应从最基本的概念讲起,从不同的角度和侧面帮助学生理解概念的内涵和外延。

笔者在指导学生进行概念复习时,融入了元认知训练,设计了数学概念复习的自我提问单:

- ①我已确定将要复习XX概念了吗?我计划怎样进行了吗?我以前这一概念学习的怎么样?
- ②我知道XX概念的准确定义吗?我能用自己的话准确地说出对它的理解吗?
- ③这一概念包含哪些知识点?知道它的内涵和外延吗?
- ④我进入状态了吗?我按计划进行了吗?我的计划需要修改吗?
- ⑤我感到困难而产生放弃的念头了吗?我对自己说:“坚持下去,你不仅能掌握XX概念,还将提高自己的学习能力。”
- ⑥我一直是专心的吗?我体会到了的愉悦了吗?
- ⑦我知道怎样运用XX概念处理实际问题吗?主要有哪几种类型?我在过去的运用中常犯的错误的有哪些?是什么原因造成的?都已克服了吗?
- ⑧在复习中用到了哪些数学思想方法和解题方法?
- ⑨我能从不同的角度描述XX概念吗?涉及这一概念的题型有哪些?
- ⑩通过这种方式的复习,我有哪些收获?上述做法对我而言,哪些是有效的?哪些还需改进?还应注意哪些问题?

### 三、数学专题知识的复习与元认知训练

在第二轮的数学思想方法的专题复习中,方法专题是指对高中数学中涉及的重要思想方法,主要有函数与方程的思想方法、数形结合的思想方法、分类讨论的思想方法、

化归与转化的思想方法等研究。数学思想方法是数学的精髓,对此进行归纳、领会、应用,才能把数学知识与技能转化为分析问题解决问题的能力,使学生的解题能力和数学素质得以提高。

以化归与转化的思想方法为例:解某些数学问题时,如果直接求解较为困难,可通过观察、分析、类比、联想等思维过程,运用恰当的数学方法进行变换,将原问题转化为一个新问题(相对来说对自己较为熟悉的问题),通过新问题的求解,达到解决原问题的目的。这一思想方法称之为“化归与转化的思想方法”。转化是将数学命题由一种形式向另一种形式的转化过程,化归是把待解决的问题通过某种转化过程归结为一类已经解决或比较容易解决的问题。解题常用的转化策略有:正与反的转化、数与形的转化、相等与不等的转化、整体与局部的转化、空间与平面的转化、复数与实数的转化、常量与变量的转化、不同数学语言的转化等。

例 已知  $f(x) = \lg(x+1)$ ,  $g(x) = 2\lg(2x+t)$ ,  $t \in R$  是参数。

- (1)当  $t = -1$  时,解不等式  $f(x) \leq g(x)$ ;
- (2)如果  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) \leq g(x)$  恒成立,求参数  $t$  的取值范围。

元认知监控训练:解对数型不等式,能联想到什么?函数的单调性。转化的时候有没有注意到等价性?对数的真数有什么条件?熟悉的问题你有信心确保正确吗?恒成立问题

的基本解法有哪些?不等式组 
$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x+t > 0 \\ x+1 \leq (2x+t)^2 \end{cases}$$
 能进一步优化

吗?对于  $x+1 \leq (2x+t)^2$  是选择展开还是开方?不等式组 
$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ t > -2x \\ t \geq -2x + \sqrt{x+1} \end{cases}$$
 中的  $\begin{cases} x+1 > 0 \\ t > -2x \end{cases}$  都可省略,问题转化为  $x \in [0, 1]$  时,  $t \geq -2x + \sqrt{x+1}$  恒成立,再转化为求函数  $y = -2x + \sqrt{x+1}$  ( $x \in [0, 1]$ ) 的最大值。这是我们非常熟悉的问题。

### 四、结论

在复习阶段引入元认知训练,学生通过元认知的训练方法找到自身的不足,重新定位,改变了学习态度,加强了成就动机。在训练中学生的学习目标、学习方法逐渐被激活和改变,学习中的自我检测和反思逐渐加强。当学生清晰地意识到自己“在做什么”、“怎么做”、“为什么这样做”时,自然体现出更多的主体能动性,进入自主学习的状态。当学业有所进步时,学生对学习的感受更会倾向于积极的一面,在面对学习与考试时,也会有更多自信、期待与自我调节,而后两者又会反过来促进学业,帮助学生实现良性循环,学业成绩逐渐有所提高。因此说元认知训练能帮助学生找到适合自己的学习方法,使学生学会学习,能促进学业成绩的提高。

### 【参考文献】

- [1]汪玲等.元认知要素的研究[J].心理发展与教育.2002(1):44-49
- [2]孔企平等.数学新课程与数学学习[M].北京:高等教育出版社.2003
- [3]袁中学,杨之.元认知与数学教学[J].数学教育学报.2002.11(5):33-35

(作者单位:江苏省苏州黄埭中学)