

浅析高三数学复习课如何落实学生核心素养的培养策略

汪正旺

摘要:对于学生来说,在整个高中数学的学习中,最重要的阶段就是高三这个阶段,面临着高考倒计时的紧张压力,教师要不断对学生复习课程的训练,加深学生对于整个高中数学内容的梳理、掌握和运用,为最后的高考迈出坚实的一步。随着高中数学教学课程的不断深化改革,高三数学的教学模式已经逐渐从传统应试教育的枷锁中跳脱出来,对于学生数学核心素养的培养也在逐渐深化,将学生核心素养的培养放到了更加主要的教学“位置”。所以在高中数学复习课的教学中,教师不仅需要对于学生整体数学知识的掌握进行查漏补缺,更为重要的则是通过数学核心素养的体现对学生学习潜能进行不断激化和挖掘。文章主要就高三数学复习课如何落实学生核心素养的培养展开探究,主要针对高三数学核心素养当中学生的运算能力进行分析,希望对相关工作者有所帮助。

关键词:高三数学;核心素养;运算能力;复习课

一、前言

随着科学信息技术的迅猛发展,当代数学知识已不仅仅只是在自然科学领域进行体现了,对于在其他领域的应用程度正在逐步提升,如经济学、心理学、社会学、艺术学等方面都有体现,这就能看出数学知识在今后人们生活的重要地位。文章针对近些年的高考试题进行分析,以更好地激发高中生对数学运算求解知识的兴趣以及体现高考考纲对复习课程中运算求解能力的考查要求。

二、激发高中生数学运算求解的兴趣

如何有效地激发高中生数学运算求解能力的兴趣,是培养学生运算求解能力核心素养的关键。教师需要针对于高三课堂当中每一个学生的知识掌握程度、知识点学习进度、性格特征等方面灵活地开展多样化的教学组织模式,通过形式的多样性,让本就有巨大学业压力的学生在复习课的学习中不会感到枯燥,通过角色交换式教学、互帮互助式教学、观察体验式教学等等都可以有效地激发学生的学习兴趣,让学生在运算求解的过程中可以“瞻前顾后”考虑全面。例如,教师在对学利用等比数列以及运算公式处理购房分期的相关问题进行讲述时,可以让学生去银行或者房地产相关行业进行实地调查,通过实践活动让学生认识到数学与生活的密切联系,帮助学生建立数学运算方面的学习兴趣。

三、体现考纲对复习课程中运算求解能力的考查要求

在高三数学复习课程中,教师要给学生明确一个原则:“在进行解题的过程中,对于运算的要求往往没有那么高,最主要的就是培养学生的多样化解题思路。”

(一)合理性的体现

在运算解题当中体现合理性主要就是在运算目标的确定上面,当面对一些相对简单的运算目标往往会比较容易进行把控,当面对一些较为复杂的运算目标为取得最后的结果则需要展开实施多步运算。比如,当学生求函数单调性或者证明不等式的时候,则需要先对函数进行求导,然后对取值进行分析,如若其中还含有参数的话则还需要针对参数进行区别分析。除此之外,运算的合理性还体现在运算的数学公式以及运算途径上面,所以学生要通过试题的实际条件和具体特点去进行分析、讨论、思考。

例如:若圆 $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$ 上至少有三个不同的点到直线 $l: ax + by = 0$ 的距离是 $2\sqrt{2}$, 则直线 l 的

倾斜角的取值范围是

- ()
- A. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right]$ B. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$
C. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ D. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

方法一:先去进行圆心以及半径的求得,得出圆心 $C(2, 2)$, 半径 $r = 3\sqrt{2}$, 再去考虑在圆上至少会有三个不同的点到直线 l 的距离为 $2\sqrt{2}$, 所以得知圆心到直线 l 的距离为 $d \leq \sqrt{2}$, 最后我们设定直线 l 的倾斜角为 k , 则我们可以得出 $d = \frac{|2k - 2|}{\sqrt{1 + k^2}} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow k^2 - 4k + 1 \leq 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} \leq k \leq 2 + \sqrt{3}$

也就知道了直线 l 倾斜角的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$, 故答案选 B

方法二:同样针对圆,得出圆心 $C(2, 2)$ 以及半径 $r = 3\sqrt{2}$, 当得知圆上至少会有三个不同的点到直线 l 的距离为 $2\sqrt{2}$, 所以可以得出圆心到直线 l 的距离为 $d \leq \sqrt{2}$ 。由于 $|OC| = 2\sqrt{2}$, $CD \perp l$, $|CD| = \sqrt{2}$ 所以 $\angle COD = \frac{\pi}{6}$, 在加上 $\angle xOC = \frac{\pi}{4}$, 则可以得出直线 l 的

倾斜角最小值为 $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$, 最大值为 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{12}$,

最后得出结论直线 l 倾斜角的范围为 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$, 故答案选 B。

当面对这种题的时候,因为这个题的解决办法非常多,所以首先就需要学生确定这道题的运算目标,先去找到那个经过原点的那个直线 l , 促使直线 l 到圆心的距离 $d \leq \sqrt{2}$ 。除此之外,就是选择合适的运算途径去进行解题。方法一主要是通过待定系数去求直线 l 的斜率 k 的一个数值范围,再去求直线 l 倾斜角的取值范围,整体思路明确,但是计算量相对较大。方法二主要就是通过学生数形结合的思路进行解题,优点就是计算量相对较少,所以学生在解题中需要体现合理性。

(二)简洁性的体现

当学生进行运算求解的时候需要体现出解题的简洁性,要选择那些运算路径较短、运算步骤较少、运

算时间较少的方法去进行解题,在考试中每一分钟每一秒钟都是非常主要的,要充分的减少每一道题的运算时间,这样在遇到难以解决的问题才能拥有更多的时间去进行处理。

教师在教学的时候,主要需要锻炼学生运算过程中对于数学概念能否进行熟练运用,对于公式的能否合适的选择,尤其是学生数学思想方法的科学实用,可以很大程度上帮助学生减少自身运算时间,提高运算速度。

例如:已知球 O 的半径为 1, A, B, C 三个点都在球的表面,并且 OA, OB, OC 两两相互垂直,则球心 O 到平面 ABC 的距离为多少 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

首先我们根据 OA, OB, OC 两两相互垂直以及 OA, OB, OC 都是球的半径,所以可以得出三棱锥 $O-ABC$ 就是那个满足题目条件的正三棱锥,则可以将问题进行简化转变为“已知在正三棱锥 $O-ABC$ 中,它的侧棱 OA, OB, OC 都是两两垂直的,并且 OA, OB, OC 都等于 1,求顶点 O 到底面 ABC 的距离”。

方法一:通过等体积的方法进行解题,将 O 到平面 ABC 的距离设为 h ,然后我们从 $V_{A-OBC} = V_{O-ABC}$ 可以得出 $\frac{1}{3} \times h \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1$,则最后得出 $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

方法二:学生可以通过构造法进行解题,通过已知条件,我们可以构想出一个画面,棱长为 1 的三棱锥且正好是正方体的一个角,学生则可以将三棱锥放到整个正方体中进行解题研究,截面 ABC 正好将正方体以对角线的方式截成为 1:2 的两段,再加上我们可以得出这个正方体的对角线长为 $\sqrt{3}$,进而学生则可以得出 O 到平面 ABC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

主要就是让学生在运算求解的时候能够体现简洁性,在面对题目的时候能够转换思路,学会将复杂的问题进行转换,转化为一个相对容易、相对清晰的问题,在考试的过程中通过简洁性的体现加快学生的解题速度,为学生以后的考试解题速度的提升奠定了较为稳固的基础。

(三)准确性的体现

在学生运算求解的过程中不仅需要学生能够条理清晰地针对题目要求进行思路和想法的构建,而且重要的就是在进行一步步解题过程中,每一步解题步骤的准确性,可能小小的一点失误就会让整个的后续运算都变得“苍白无力”。学生在进行运算的过程中需要将所学概念、公式、法则、定义等能够准确熟练的进行使用,并且也要在平时的生活中尽量减少自身失误马虎的情况发生。比如在进行向量运算、求导运算或者事件概率问题的运算当中,这些都是需要学生根据所学的公式、法则等来进行运算的,其中学生就要加强平时的练习,在不断的实践中强化自身运算能力的准确性。

例如:下面四个条件中,使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()

- A. $a > b + 1$ B. $a > b - 1$
C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$

学生则需要牢记不等式的基本性质及其证明,主要对充分条件、必要条件及其充要条件的意义进行完美掌握,在锻炼学生逻辑思维能力的同时,体现学生运算过程准确程度。

$a > b + 1 \Rightarrow a - b > 1 \Rightarrow a - b > 0$,但是又由于 $a > b$ 不一定可以得到 $a > b + 1$,所以 $a > b + 1$ 是 $a > b$ 成立的充分不必要条件。

(四)熟练性的体现

学生运算能力的提升不单单体现于整体的准确程度,除此之外还需要提高学生运算过程的熟练程度,这样才能在分秒必争的高考考场建立优势、拔得头筹。

例如:已知椭圆的中心为坐标原点 O ,焦点在 x 轴上面,倾斜率为 1 并且过椭圆的右焦点 F 的直线交于椭圆的 A, B 两点, $\vec{OA} + \vec{OB}$ 与 $\vec{a} = (3, -1)$ 共线。

(I) 求椭圆的离心率。(II) 设 M 为椭圆上任意一点,且 $\vec{OM} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$,证明 $\lambda^2 + \mu^2$ 为定值。

针对椭圆离心率求得,多是先依据课题假设条件,然后列出 a, b, c 的关系式,去除 b 后得 a, c 的关系,进而去求 $e = \frac{c}{a}$ 。

当去解答 (I) 的时候,学生应先设椭圆与直线的方程,在将两个方程式进行联立以后,先消去 y ,获得一个关于 x 的方程,再去通过韦达定理的使用,将两个交点 A, B 的横坐标 x_1, x_2 的关系也就是 $x_1 + x_2$ 与 $x_1 \cdot x_2$ 用 a, b, c 进行表示,然后根据 $\vec{OA} + \vec{OB}$ 和 $\vec{a}$ 共线的条件,则可以得出 $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}c$,进而可以得出 a, b, c

的关系,得出 $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 。

在解答 (II) 的时候,可以先让 $\vec{OM} = \vec{OA}$,然后得出 $\lambda = 1, \mu = 0$,进而猜测出 $\lambda^2 + \mu^2 = 1$,由于 M, A, B 三个点都处于椭圆之上,所以我们了解到它们之间的联系是由 λ, μ 来体现的,然后我们从 $(\lambda x_1 + \mu x_2)^2 + 3(\lambda y_1 + \mu y_2)^2 = 3b^2, x_1^2 + 3y_1^2 = 3b^2, x_2^2 + 3y_2^2 = 3b^2$ 这一点进行计算,通过 $x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2$ 和 c 的关系,最后得出 $\lambda^2 + \mu^2 = 1$ 。

通过向量相关知识作为教学载体,锻炼学生运算、推理能力的熟练程度,在高考数学运算能力的考查要求中,通常是在把控题目数量的同时,根据学生实际情况对每一道题目的运算量进行调控,主要是训练学生的思维强度以及学生思考问题的深度。

四、结束语

学生运算求解能力的高低往往是用来考量一学生数学水平强弱的一种基础方式,是高中生数学学习中中学生应该具备的最基础的能力,在高三数学的教学中,学生需要具备数学的六大核心素养,学生运算求解能力在六大核心素养当中也算是最为基础的一项能力需要老师重点去进行培养,在对于高三数学复习课程的运算能力方面的教学应该加大力度,同时也是为不久后步入考场的学生建立强大的基础保障。

参考文献:

- [1] 李莉.从提高高三学生运算能力的角度谈数学核心素养的培养[J].科学咨询:教育科研,2020(3):125.
- [2] 唐俊涛.追求高效课堂 提升学生素养:如何让高三数学课堂更加有效[J].中学教研,2019(10):8-12.
- [3] 申峰.基于核心素养的提升高三数学得分的思考与实践[J].中学数学,2019(15):50-51+53.
- [4] 单建军.高三数学复习中如何培养学生的核心素养[J].数学学习与研究,2019(9):92.
- [5] 毛东良.基于培养学生核心素养下的变式教学:高三数学二轮微专题《平面向量的数量积》案例评析[J].数学教学通讯,2016(15):45-46.

作者简介:

汪正旺,浙江省台州市,浙江省台州市第一中学。