江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰　　审核人：陈宏强

班级：__________姓名：__________学号：______时间：2.16 作业时长：30 分钟

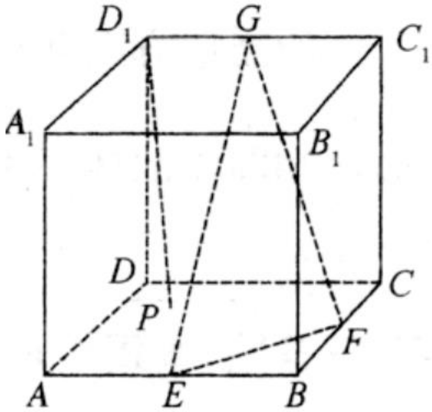
一、单选题

1.已知函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数,对于任意$x \in \mathbf{R}$,都有$f(x+4)=f(x)$,且当$x \in [0,2]$时,$f(x)=x^2-3$,若方程$f(x)=\log_a x(a>0,a\neq 1)$在区间$(0,10)$上有 5 个不同的实数根,则实数$a$的取值范围为（　　）

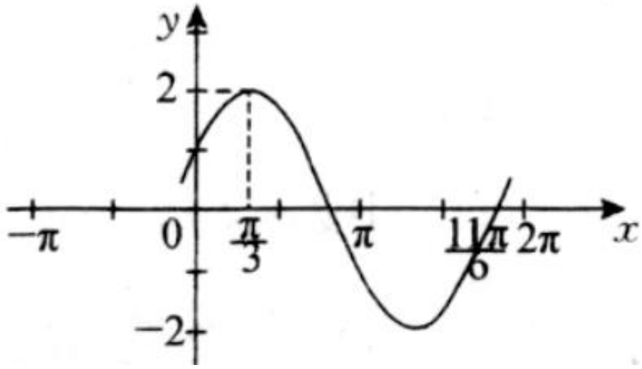
A.$\left(0,\frac{1}{8}\right]\cup[8,10)$　　B.$\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup[6,10)$　　C.$\left(0,\frac{1}{8}\right)\cup(6,10]$　　D.$\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup(6,10]$

2.如图,在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$AD=DD_1=1$,$AB=\sqrt{3}$,E,F,G分别为AB,BC,C_1D_1的中点,点P在平面$ABCD$内,若直线$D_1P//$平面EFG,则线段D_1P长度的最小值是（　　）

A.$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C.$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D.$\frac{2\sqrt{2}}{3}$



第 2 题图



第 3 题图

二、多选题

3.已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示,且$f(x)$的图象关于点$(x_0,0)$对称,则（　　）

A.$f(x)$的最小正周期为π　　B.$\varphi=\frac{\pi}{3}$

C.$|x_0|$的最小值为$\frac{\pi}{6}$　　D.函数$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$上的值域为$[-1,2]$

4.已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_{n+2}-S_{n-1}+1=3(S_{n+1}-S_n+1)(n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant 2)$,$a_1=1$,$a_2=5$,$a_3=11$,则（　　）

A.$a_4=19$　　B.$a_5=29$　　C.$a_7=49$　　D.$a_{11}=131$

三、填空题

5.为了加强“精准扶贫”,实现伟大复兴的“中国梦”,某大学派遣甲、乙、丙、丁、戊五位同学参加A、B、C三个贫困县的调研工作,每个县至少去 1 人,且甲、乙两人不去同一个贫困县,则不同的派遣方案共有__________种.

6.已知圆锥的体积为$\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$,其底面半径和母线长的比为$1:3$,则该圆锥内半径最大的球的体积为____.

四、解答题

7.为了加强全国高校学生在嵌入式芯片与系统设计应用领域的创新设计与工程实践能力,使学生能够全面掌握芯片设计或软硬适配系统优化、应用方案设计等不同技术层面的相关知识和技能,由中国电子学会组织了面向全国大学生的嵌入式芯片与系统设计暨全国大学生智能互联创新大赛.某院校有A,B,C三人参加此次比赛,他们进入总决赛的概率分别为$\frac{3}{4},\frac{2}{3},\frac{1}{2}$.

(1)求A,B,C三人中至少有1人进入总决赛的概率;

(2)假设该院校至少有1人进入了总决赛,院校决定对进入总决赛的学生进行奖励,奖金总额为3万元,规则如下:若只有一个人进入总决赛,则此人获得全部奖金;若有两个人进入总决赛,这两人平分奖金;若三个人都进入总决赛,则这三个人平分奖金.设A,B两人获得奖金数的和为ξ,求ξ的分布列和数学期望.

8.已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$e$,点$F_1,F_2$是$C$的左,右焦点,且$|F_1F_2|=6$.

(1)若$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$,求椭圆C的标准方程;

(2)设直线$y=kx$与椭圆相交于A、B两点,M、N分别为线段AF_2、BF_2的中点,若$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$($O$是坐标原点),且$\frac{\sqrt{10}}{4}\leqslant e<\frac{\sqrt{6}}{3}$,求$k$的取值范围.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰　　审核人：陈宏强

班级：____________姓名：____________学号：_______时间：2.20 作业时长：30 分钟

一、单选题

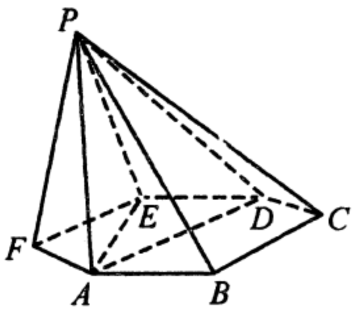
1.已知函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，当$x\in(-\infty，0]$时，$f(x)=-x^2+2x$，若实数m满足$f(\log_2 m)\leqslant 3$，则m的取值范围是(　　　　)

A.$(0,2]$　　　　B.$\left[\frac{1}{2},2\right]$　　　　C.$(0,8]$　　　　D.$\left[\frac{1}{8},8\right]$

2.过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左焦点$F$作直线$l$与双曲线交于$A$，$B$两点,使得$AB=4b$，若这样的直线有且仅有两条，则离心率$e$的取值范围是(　　　　)

A.$\left(1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$　　　　B.$(\sqrt{5},+\infty)$　　　　C.$\left(\frac{\sqrt{5}}{2},\sqrt{5}\right)$　　　　D.$\left(1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\cup(\sqrt{5},+\infty)$

二、多选题



3.如图，已知六棱锥$P-ABCDEF$的底面是正六边形，

$PA\perp$平面ABC，$PA=2AB$，则下列结论中正确的是(　　　　)

A.$PB\perp AE$　　　　B.平面$ABC\perp$平面PBC

C.直线$BC//$平面PAE　D.$\angle PDA=45°$

4.数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$\{a_n\}$的各项按如下规律

排列:$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5},\cdots,\frac{1}{n},\frac{2}{n},\cdots,\frac{n-1}{n},\cdots$，则以下运算和结论正确的是(　　　　)

A.$a_{24}=\frac{3}{8}$　　　　B.数列$a_1,a_2+a_3,a_4+a_5+a_6,a_7+a_8+a_9+a_{10},\cdots$是等比数列

C.数列$a_1,a_2+a_3,a_4+a_5+a_6,a_7+a_8+a_9+a_{10},\cdots$的前$n$项和为$T_n=\frac{n^2+n}{4}$

D.若存在正整数k，使$S_k<10,S_{k+1}\geqslant 10$,则$a_k=\frac{5}{7}$

三、填空题

5.若三棱柱的侧棱垂直于底面,所有的棱长都是a,顶点都在一个球面上,则该球的表面积为________.

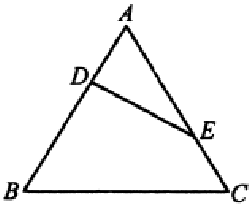
6.已知椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上顶点为$A$，右焦点为$F$，椭圆$C$上存在点$P$使线段$OP$被直线$AF$平分，则椭圆$C$的离心率的取值范围是________________.

四、解答题

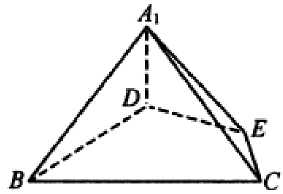
7.已知$\triangle ABC$的各边长为 3，点D，E分别是AB，AC上的点，且满足$\frac{CE}{EA}=\frac{1}{2}$，$D$为$AB$的三等分点(靠近点$A$)(如图(1)) ，将$\triangle ADE$沿$DE$折起到$\triangle A_1DE$的位置，使二面角$A_1-DE-B$的平面角为$90°$，连接$A_1B, A_1C$(如图(2)).

(1)求证:$A_1D\perp$平面$BCED$.

(2)在线段BC上是否存在点P，使直线PA_1与平面A_1BD所成的角为$60°$?若存在，求出PB的长，若不存在，请说明理由.



图(1)



图(2)

8.已知F是抛物线$C: y^2=2px(p>0)$的焦点，若点$P(x_0,4)$在抛物线C上，且$PF=\frac{5}{2}p$.

(1)求抛物线C的方程;

(2)若动直线$l: x=my+1(m\in\mathbf{R})$与抛物线$C$相交于$A$，$B$两点，问:在$x$轴上是否存在定点$D(t，0)$(其中$t\neq 0$) ，使得向量$\frac{\overrightarrow{DA}}{|\overrightarrow{DA}|}+\frac{\overrightarrow{DB}}{|\overrightarrow{DB}|}$与向量$\overrightarrow{OD}$共线(其中$O$为坐标原点)?若存在，求出点$D$的坐标；若不存在，请说明理由.