

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：3.09 作业时长：30 分钟

1. 已知集合 $A = \{x | \log_2(x-1) < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 4 < 0\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = A$ B. $A \cap B = B$ C. $(C_R A) \cap B = B$ D. $A \cap (C_R B) = A$

2. 已知复数 z 满足 $zi^{2021} = 4i^{2022} - 3i^{2021}$, 则 $z =$ ()

- A. $4 + 3i$ B. $4 - 3i$ C. $3 + 4i$ D. $3 - 4i$

3. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} + \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$, 则不等式 $f(x) + f(2x-1) > 0$ 的解集是 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ C. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ D. $(-\infty, 1)$

4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别 F_1, F_2 , P 为椭圆上一点, 且

$\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{3}$, 若 F_1 关于 $\angle F_1 P F_2$ 平分线的对称点在椭圆 C 上, 则该椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的外接球半径为 4, 底面 ABC 中, $AC = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$, 则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值是 ()

- A. $18\sqrt{3}$ B. $54\sqrt{3}$ C. 24π D. $\frac{16\sqrt{3} + 24}{3}$

6. (多选) 正弦信号是频率成分最为单一的一种信号, 因为这种信号的波形是数学上的正弦函数而得名, 很多复杂的信号都可以通过多个正弦信号叠加得到, 因而正弦信号在实际中作为典型信号或测试信号获得广泛应用. 已知某个信号的波形可以表示为 $f(x) = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的最大值为 3 B. π 是 $f(x)$ 的一个周期
C. $f(x)$ 的图像关于 $(\pi, 0)$ 对称 D. $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

7. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - t, & x \geq 0 \\ -x^2 - 4x - t, & x < 0 \end{cases}$ 有三个零点 x_1, x_2, x_3 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 则 $x_1 x_2 x_3$ 的取值范围是_____.

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$, 离心率为 e , 且点 $(e, 3), (\sqrt{2}, b)$ 都在双曲线 C 上.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 若 A, B 是双曲线 C 上位于 x 轴上方的两点, 且 $AF_1 \parallel BF_2$.

证明: $\frac{1}{AF_1} + \frac{1}{BF_2}$ 为定值.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____姓名：_____学号：_____时间：3.012 作业时长：30 分钟

1. 已知函数 $f(x) = x^2 - ae^x$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $(0, \frac{4}{e^2})$ B. $[0, \frac{4}{e^2})$ C. $[0, \frac{4}{e^2}]$ D. $(0, \frac{4}{e})$

2. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的底面边长为 $2\sqrt{2}$, 侧棱 PA 与底面 $ABCD$ 所成的角为 45° , 顶点 P, A, B, C, D 在球 O 的球面上, 则球 O 的体积是()

- A. 16π B. $\frac{32}{3}\pi$ C. 8π D. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

3. 现实世界中的很多随机变量遵循正态分布. 例如反复测量某一个物理量, 其测量误差 X 通常被认为服从正态分布. 若某物理量做 n 次测量, 最后结果的误差 $X_n \sim N(0, \frac{2}{n})$, 则为使 $|X_n| \geq \frac{1}{4}$ 的概率控制在 0.0456 以下, 至少要测量的次数为()

- A. 32 B. 64 C. 128 D. 256

【附】随机变量 $X \sim N(u, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X < u + \sigma) = 0.6826$,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544, P(u - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9974.$$

4. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 A, B 在抛物线 C 上, 且满足 $AF \perp BF$. 设线段 AB 的中点到 l 的距离为 d , 则 $\frac{AB}{d}$ 的最小值为()

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

5. (多选) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1 (a > 2)$ 的焦点为 F_1, F_2 , 点 $A(2, \sqrt{3})$ 在椭圆 C 的内部, 点 M 在椭圆 C 上, 则()

- A. $a > 4$ B. 椭圆 C 的离心率的取值范围为 $(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$
C. 存在点 M 使得 $MF_1 \perp MF_2$ D. $MF_1^2 + MF_2^2 > 32$

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 动直线 $kx - y = 0, x + ky - 2 = 0 (k \in \mathbf{R})$ 的交点 P 的轨迹为 C . 若直线 l 与轨迹 C 交于点 M, N , 且满足 $OM \cdot ON = 1$, 则点 O 到直线 l 的距离为_____.

7. 在平面直角坐标系 xOy 中,设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右准线 $x=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 与其两条渐近线的交点分别为 A,B ,且 $\tan \angle AOB=-\frac{4}{3}$.
- (1)求双曲线 C 的方程:
- (2)设动直线 l 与双曲线 C 相交于点 M,N ,若 $OM \perp ON$,求证:存在定圆与直线 l 相切,并求该定圆的方程.

- 8.某网店为预估今年“双11”期间商品的销售情况，随机抽取去年“双11”期间购买该店商品的 100 位买主的购买记录,得到如下数据:

	500 元及以上	少于 500 元	合计
男	25	25	50
女	15	35	50
合计	40	60	100

- (1)判断是否有95%的把握认为购买金额是否少于 500 元与性别有关;
- (2)为增加销量,该网店计划今年“双 11”期间推出如下优惠方案:购买金额不少于 500 元的买主可抽奖 3 次,每次中奖概率为 $\frac{1}{3}$ (每次抽奖互不影响),中奖 1 次减 50 元,中奖 2 次减 100 元,中奖 3 次减 150 元.据此优惠方案,求在该网店购买 500 元商品,实际付款数 X (元)的分布列和数学期望.

附: $\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d.$

$P(\chi^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828