

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：3.16 作业时长：30 分钟

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是 ()

A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

2. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$, O 为坐标原点, F 为 C 的右焦点, 过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M 、 N . 若 $\triangle OMN$ 为直角三角形, 则 $|MN| =$ ()

A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

3. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$ ()

A. -50 B. 0 C. 2 D. 50

4. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等, 则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为 ()

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. (多选) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且有 $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)a_n = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})a_{n+1}$

$(n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, $a_1 = a_2 = 1$. 数列 $\left\{ \frac{1}{\log_2 S_{n+1} \cdot \log_2 S_{n+2}} \right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则以下结论正确的是 ()

A. $a_n = 1$ B. $S_n = 2^{n-1}$ C. $T_n = \frac{n+1}{n+3}$ D. $\{T_n\}$ 为递增数列

6. 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA , SB 互相垂直, SA 与圆锥底面所成角为 30° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 8, 则该圆锥的体积为_____.

7. 已知点 $M(-1, 1)$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A , B 两点. 若 $\angle AMB = 90^\circ$, 则 $k =$ _____.

8. 已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 $M(1, m) (m > 0)$.

(1) 证明: $k < -\frac{1}{2}$;

(2) 设 F 为 C 的右焦点, P 为 C 上一点, 且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$. 证明: $|\overrightarrow{FA}|, |\overrightarrow{FP}|, |\overrightarrow{FB}|$ 成等差数列, 并求该数列的公差.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：3.20 作业时长：30 分钟

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\triangle ABC$ 顶点 $A(-5,0)$ 和 $B(5,0)$ ，点 C 在双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的

右支上，则 $\frac{\sin A - \sin B}{\sin C} = (\quad)$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

2. 已知函数 $g(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{2}\right)$ ($\omega > 0$)，把函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2\omega}$ 得到函数 $f(x)$ 的图象，

函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{2\pi}{9}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减，在 $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{10\pi}{9}\right]$ 上单调递增，则 $\omega = (\quad)$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

3. 若存在两个不相等的正实数 x, y ，使得 $m(y-x) + e^y - e^x = 0$ 成立，则实数 m 的取值范围是

- A. $m < -1$ B. $m > -1$ C. $m < 1$ D. $m > 1$ ()

4. (多选) 若定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(2-x)$ ，且当 $x \in [-1, 0)$ 时， $f(x) = -2x$ ，则()

- A. $f(x)$ 的最小正周期 $T = 4$ B. $y = f(x+1)$ 为偶函数
C. $f(x)$ 在 $(3, 5)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 所有零点的集合为 $\{x | x = 2n, n \in Z\}$

5. (多选) 抛物线有如下光学性质：由其焦点射出的光线经抛物线反射后，沿平行于抛物线对称轴的方向射出；反之，平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点，已知抛物线 $M: y^2 = x$ ， O 为坐标原点，一束平行于 x 轴的光线 l_1 从点 $P\left(\frac{41}{16}, 1\right)$ 射入，经过 M 上的

点 $A(x_1, y_1)$ 反射，再经 M 上另一点 $B(x_2, y_2)$ 反射后，沿直线 l_2 射出，经过点 Q ，则()

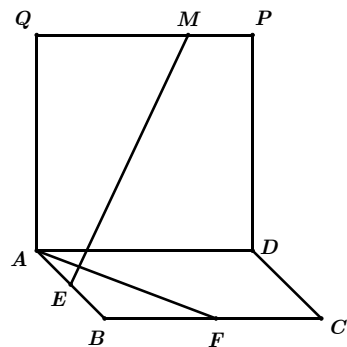
- A. $y_1 y_2 = -\frac{1}{4}$ B. $|AB| = \frac{5}{4}$
C. PB 平分 $\angle ABQ$ D. 延长 AO 交直线 $x = -\frac{1}{4}$ 于点 C ，则 C, B, Q 三点共线

6. 新冠肺炎疫情防控中，核酸检测是新冠肺炎确诊的有效快捷手段.某医院在成为新冠肺炎核酸检测定点医院并开展检测工作的第 n 天，每个检测对象从接受检测到检测报告生成平均耗时

$t(n)$ (单位：小时) 大致服从的关系为 $t(n) = \begin{cases} \frac{t_0}{\sqrt{n}}, & n < N_0 \\ \frac{t_0}{\sqrt{N_0}}, & n \geq N_0 \end{cases}$ (t_0, N_0 为常数). 已知第 16 天检测

过程平均耗时为 16 小时，第 64 天和第 67 天检测过程平均耗时均为 8 小时，那么可得到第 49 天检测过程平均耗时大致为_____小时.

7. 如图，四边形 $ABCD$ 和 $ADPQ$ 均为正方形，它们所在的平面互相垂直，动点 M 在线段 PQ 上， E 、 F 分别为 AB 、 BC 的中点. 设异面直线 EM 与 AF 所成的角为 θ ，则 $\cos \theta$ 的最大值为_____.



8. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 0)$ 的左右顶点为 A, B ，上顶点 K 满足

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{KB} = 3.$$

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 过点 $(1, 0)$ 的直线与椭圆 C 交于 M, N 两点. 设直线 MA 和直线 NB 相交于点 P ，直线 NA 和直线 MB 相交于点 Q ，直线 PQ 与 x 轴交于 S . 证明: $|SP| \cdot |SQ|$ 是定值.