

江苏省仪征中学 2022 届高三数学三月调研测试热身训练二

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、单选题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共计 30 分．每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1. 已知复数 $z = \frac{2-i}{(-1+i)^2}$, 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $\frac{1}{2} - i$ B. $\frac{1}{2} + i$ C. $-\frac{1}{2} - i$ D. $-\frac{1}{2} + i$

2. 已知 $a = \log_{2.5} 7$, $b = \log_4 15$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$, 则下列判断正确的是 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

3. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_2 = -7$, $S_5 = 2a_1$, 当 $|S_n|$ 取得最小值时, $n =$ ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

4. 已知圆台形的木桶的上、下底面的半径分别为 4 和 2, 木桶的高为 $2\sqrt{3}$, 则该木桶的侧面展开成的扇环所对的圆心角为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

5. 已知直线 $x + y - 1 = 0$ 与圆 $M: x^2 + y^2 - 2ax - 2y = 0$ 交于 A, B 两点, 若 $\angle AMB = 4\angle MAB$, 则 $a =$ ()

- A. ± 2 B. ± 1 C. 2 或 -1 D. 1 或 -2

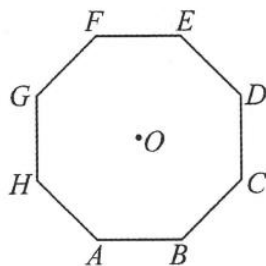
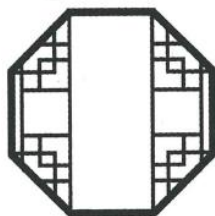
6. 已知函数 $f(x) = \frac{2}{3^{x+1}} - x^3 + 2$, 则不等式 $f(m^2) + f(m-2) < 6$ 的解集为 ()

- A. $(-1, 2)$ B. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ C. $(-2, 1)$ D. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

二、多选题：本大题共 2 小题，每小题 5 分，共计 10 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

7. 古代典籍《周易》中的“八卦”思想对我国建筑中有一定影响. 下图是受“八卦”的启示, 设计的正八边形的八角窗, 若 O 是正八边形 $ABCDEFGH$ 的中心, 且 $|\overrightarrow{AB}| = 1$, 则 ()

- A. $\overrightarrow{AH}$ 与 $\overrightarrow{CF}$ 能构成一组基底
B. $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OF} = 0$
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \sqrt{3}\overrightarrow{OB}$
D. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



8. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $\angle ABC = 120^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 折起, 使点 A 至点 P (P 在平面 $ABCD$ 外) 的位置, 则 ()

- A. 在折叠过程中, 总有 $BD \perp PC$
B. 存在点 P , 使得 $PC = 2$
C. 当 $PC = 1$ 时, 三棱锥 $P - BCD$ 的外接球的表面积为 $\frac{3\pi}{2}$
D. 当三棱锥 $P - BCD$ 的体积最大时, $PC = \frac{3}{2}$

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.请把答案填写在答题卡相应的位置上.

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{m^2-1} - y^2 = 1 (m > 1)$ 的右焦点到直线 $x + y = 0$ 的距离为 $\sqrt{2}$, 则 C 的离心率为 _____.

10. 写出一个同时具有下列性质①②③的函数解析式 $f(x) =$ _____.

① $f(x)$ 的最大值为 2, ② $\forall x \in \mathbf{R}, f(2-x) = f(x)$, ③ $f(x)$ 是周期函数.

11. 已知 $\left(x + \frac{m}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中常数项为 -40 , 则展开式中 $\frac{1}{x^4}$ 的系数为 _____.

12. 已知实数 a, b, c 满足 $a + 2022 = be^{c-b}$ (其中 $b > 0$), 则 $(a + 2022)bc$ 的最小值为 _____.

四、解答题:本大题共 4 小题,共 46 分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 受新冠肺炎疫情影响,各地推出务工人员就地过年的鼓励政策.某市随机抽选了 100 名男务工人员 和 100 名女务工人员,调查他们是否有就地过年的意愿,结果如下:

	有就地过年的意愿	无就地过年的意愿
男务工人员	80	20
女务工人员	60	40

(1) 能否有 99.9% 的把握认为务工人员就地过年的意愿与性别有关?

(2) 若用频率估计概率,从该市所有女务工人员中随机抽取 3 人进行深入调查, X 表示抽取的女务工人员无就地过年的意愿的人数,求 X 的分布列与数学期望.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$\alpha = P(\chi^2 \geq k)$	0.1	0.01	0.001
k	2.706	6.635	10.828

14. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 3, S_{n+1} + 1 = 4a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 从下面两个条件中选择一个, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

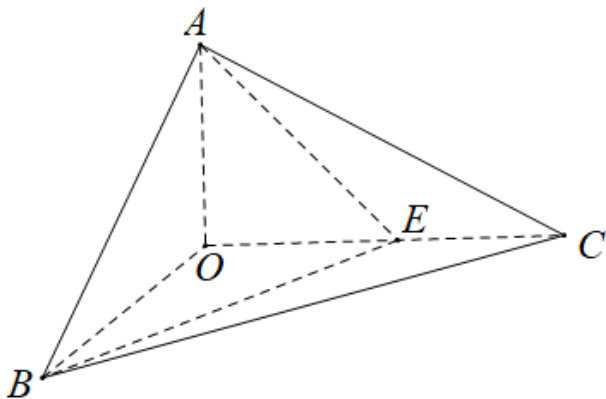
① $b_n = \frac{a_{n+2}}{(S_{n+1} + 1)a_{n+1}};$

② $b_n = \frac{(-1)^n \cdot (2n^2 + 10n + 13) \cdot 2^{4n-2}}{a_n^2 \cdot a_{n+1}^2}.$

15. 在三棱锥 $A - OBC$ 中, 已知平面 $AOB \perp$ 底面 BOC , $AO \perp BC$, 底面 BOC 为等腰直角三角形, 且斜边 $BC = 2\sqrt{2}$.

(1) 求证: $AO \perp$ 平面 BOC ;

(2) 若 E 是 OC 的中点, 二面角 $A - BE - O$ 的余弦值为 $\frac{2}{3}$, 求直线 AC 与平面 ABE 所成角的正弦值.



16. 已知 A 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的下顶点, F_1, F_2 分别为 C 的左、右焦点, $|AF_1| + |AF_2| = \sqrt{3}|F_1F_2|$,且 C 的短轴长为 $2\sqrt{2}$.

(1)求 C 的方程;

(2)设 O 为坐标原点, M, N 为 C 上 x 轴同侧的两动点,两条不重合的直线 MF_1, NF_1 关于直线 $x = -1$ 对称,直线 MN 与 x 轴交于点 P ,求 $\triangle OMP$ 的面积的最大值.