

# 以评价体系引领内容改革 以科学情境考查关键能力

## ——2020年高考数学全国卷试题评析

教育部考试中心

**摘要:** 2020年高考数学试卷贯彻德智体美劳全面发展的教育方针,设计真实问题情境,体现我国的社会主义建设成就、科学防疫的成果和社会主义的制度优势,具有鲜明的时代特色,发挥了数学试卷的育人价值。试题突出理性思维,考查关键能力,科学实现高考的选拔功能,对推进高考综合改革、引导中学数学教学都有积极的作用。

**关键词:** 高考;新高考;高考数学;高考命题;高考评价体系;考试内容改革;试题评价

【中图分类号】 G405

【文献标识码】 A

【文章编号】 1005-8427(2020)08-0029-6

DOI: 10.19360/j.cnki.11-3303/g4.2020.08.007

2020年,教育部考试中心命制8套数学试卷,包括文理科全国I、II、III卷,以及供山东使用的、不分文理科的新高考I卷、供海南使用的新高考II卷。2020年高考数学试题落实立德树人根本任务,贯彻德智体美劳全面发展的教育方针,坚持素养导向、能力为重的命题原则,体现了高考科学的选拔和育人导向作用。试题重视数学的本质,突出理性思维、数学应用、数学探究、数学文化的引领作用,突出对关键能力的考查。试题具有鲜明的时代特色,体现了我国的社会主义建设成就、科学防疫的成果和社会主义的制度优势,紧密联系社会实际,设计真实的问题情境,彰显“四个自信”,很好地发挥了高考育人功能。试题体现了基础性、综合性、应用性和创新性的考查要求,难度设计科学合理,充分发挥了数学试题的选拔功能和积极导向作用。

### 1 发挥学科特色,“战疫”科学入题

高考评价体系将立德树人确定为高考的核心功能,将高考的素质教育目标提炼为核心价值、学科素养、关键能力、必备知识<sup>[1]</sup>。数学试卷以我国抗击新冠肺炎疫情中的真实素材设计问题情境,“战

疫”科学入题,关注我国防疫的成果,探索科学的防控措施,同时体现志愿精神。

#### 1.1 揭示病毒传播规律,科学防控

一是用数学模型揭示病毒传播初始阶段的一般规律。在流行病学研究中,一般认为在流行病流行的初始阶段且没有人工干预的情况下,感染人数会呈指数增长。新高考I卷第6题基于新冠肺炎疫情初始阶段的研究成果设计,引入流行病学的2个基本参数:基本再生数 $R_0$ 与世代间隔 $T$ ,通过统计模型描述在一定时期内累计感染病例数随时间的变化规律。试题就模型的一个应用——估计病例数增加一倍需要的时间而设问,既考查相关的数学知识和从资料中提取信息的能力,又突出数学和数学模型的应用。从模型来看,在疫情初始阶段没有采取防控措施的情况下,疫情传播速度是非常快的,感染病例呈指数增长,感染病例数平均1.8天增加一倍。通过对试题的求解,学生能够了解传染病的传播规律,感受我国为世界疫情防控所作出的努力,体会党和国家及时采取科学、精准、严格的防控措施的重大意义。

二是用数学模型揭示疫情遏制阶段的规律。

收稿日期: 2020-07-10

全国Ⅲ卷文、理科第4题以新冠肺炎疫情传播的动态研究为背景,选择适合学生知识水平的Logistic模型作为试题命制的基础,考查学生对指数函数基本知识的理解和掌握,以及使用数学模型解决实际问题的能力。试题的情境和数学模型对疫情预测和精准防控具有重要的指导意义。试题情境真实,素材取自于学者基于实际数据的研究成果,相关具体参数真实可靠,试题的设定和提问有充足科学依据,坚持命制应用性试题的基本原则,体现科学性与时代性的结合。

上述2道试题充分体现应用性试题贴近时代、贴近社会、贴近生活的特点,考查数学建模和数学应用能力,鼓励学生探索真理、以自己的科学知识为人类社会服务。

### 1.2 展现中国抗疫成果

全国疫情防控进入常态化后,各地有序推进复工复产复学。新高考Ⅱ卷第9题以复工复产为背景,取材于某地复工复产指数的真实数据,考查学生解读统计图以及提取信息的能力。试题从人民群众关切的国计民生问题出发,根据真实数据编制折线图,简单、直观、清晰地显示复工复产情况。通过对复工复产指数的分析,展示我国新冠肺炎疫情防控取得的成果,体现立德树人的教育理念,同时引导中学加强数学应用素养的培养,提高数学应用意识和应用能力。

### 1.3 体现志愿精神

全国Ⅱ卷理科第3题(文科第4题)是以志愿者参加某超市配货工作为背景设计的问题,考查学生对基本知识的掌握程度及运用所学知识解决问题的能力。试题背景是疫情期间大规模的网购、配货,是发生在学生身边的真实事情,学生十分熟悉。试题考查的知识和方法都很基本,学生只要读懂试题内容,运用概率的基本知识即可求得问题的答案,对学生提高获得感及稳定考试心态都有良好的作用。试题考查学生分析问题和解决问题的能力,体现了对核心素养与关键能力的考查。试题

的情境具有时代性,体现志愿精神,具有积极的教育意义。

## 2 突出理性思维,考查关键能力

数学在人类社会发展中起着十分重要的作用,数学实力已经影响着一个国家的综合实力。站在立德树人的高度审视数学教育,数学素养影响人的长远发展,数学素养的教育在培养学生真、善、美的品质和创造力方面有着特殊和重要的作用。

理性思维在数学素养中起着最本质、最核心的作用。高考数学突出理性思维,将数学关键能力与理性思维、数学应用、数学探究、数学文化的学科素养统一到理性思维的主线上,在数学应用、数学探究等方面突出体现理性思维和关键能力的考查。

### 2.1 考查批判性思维能力

批判性思维是重要的能力素养,是理性思维的高度体现,批判性思维的培养对于培养人的优良品质与创造力具有重要的意义。高考数学突出对批判性思维能力的考查,考查学生推理论证、发现错误、修正错误的的能力,以及发现解决问题的方向和方法的能力<sup>[2]</sup>。全国Ⅰ卷理科第12题通过创新设计,考查学生对指数函数与对数函数的单调性、指数幂的运算、对数运算与换底公式等知识的灵活运用。题目中的未知量关系不能简单地用初等函数表示出来,需要运用指数函数与对数函数的知识对题设条件进行恒等变形,将不同形式表示的量转化为同一类型的表达形式,由此实现对批判性思维能力的深入考查。全国Ⅱ卷理科第16题以立体几何基础知识为背景,设置4个命题,并使用简单的逻辑连接词,构造4个复合命题,要求学生判定这些复合命题的真假。试题将立体几何的问题与逻辑命题有机结合,多侧面、多层次考查学生对立体几何和逻辑知识的掌握情况;试题进一步要求对立体几何命题、复合逻辑命题进行逐个、双重判定,并且要求选择所有的真命题,不能遗漏、不能有误,对批判性思维能力的考查提出新的更高要求。

## 2.2 考查数学阅读与理解能力

阅读理解是基于思维的认识活动,直接影响着人们发现问题和解决问题的能力,它既是获取知识的一种能力,又是影响思维和认识的一种重要能力。“人们证明正是用逻辑,人们发明正是用直觉。”<sup>[9]</sup>在数学阅读理解中,要充分发挥逻辑与直觉的作用,从而增强对问题的认识与思考。

2020年高考数学试题加强对数学阅读与理解能力的考查。全国Ⅱ卷理科第12题以周期序列的自相关性为背景,要求判断试题给出的4个周期序列是否满足题设条件,考查学生获取新知识,探究新问题的能力;试题反映新课改的理念和精神,对培养学生的创新应用意识起到积极引导作用。新高考Ⅰ卷第12题以信息论的重要概念信息熵为背景,给出信息熵的数学定义,结合中学所学的数学知识,编制信息熵的相关数学性质的4个命题,考查学生获取新知识的能力和对新概念、新问题的理解探究能力。通过对试题的求解,学生能充分体会到数学的应用价值。试题对提高学生学习数学的兴趣,培养学生探究未知的精神都有着积极的引导作用。

## 2.3 考查信息整理能力

在高速发展的信息化时代,信息整理能力十分重要,它包含信息的获取与识别、信息的处理与分析等。数学的信息整理能力表现为用数学的眼光发现问题,用数学的思想方法准确地概括和描述问题,理性地分析和解决问题。全国Ⅲ卷文、理科第18题以当前社会关心的空气质量状况和在公园体育锻炼为背景,给出某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次数据表,考查学生对概率统计基本思想、基本统计模型的理解和运用;题目的3个设问考查数据整理、分析、建模和应用以及统计结论的解释等多方面的内容和要求,引导学生发现并关注生活中的数学问题,并应用数学知识和方法整理信息、解决问题。全国Ⅰ卷文科第17题、全国Ⅱ卷文、理科第18题、新高考Ⅰ卷第19题(新高考Ⅱ卷第19题)等试题均通过数学模型的形式,

考查学生整理和分析信息的能力。

## 2.4 考查语言表达能力

数学语言是人类最深刻的语言,用数学的语言表达世界体现在数学及其应用的各个方面。数学语言表达能力不是一般意义的能够运用口头语言和书面语言进行沟通交流、准确表达自己的看法、通过合作解决问题的能力,而是在表达数学的严谨性(逻辑推理、数学运算)、数学的应用性(逻辑建模、数学分析)和数学的一般性(数学抽象、直观想象)上具有特殊思维性的一种重要能力。

2020年高考数学试题加强对语言表达能力的考查。全国Ⅰ卷理科第21题考查利用导数判断函数单调性的方法、导数公式和导数运算法则,将函数与不等式有机结合,学生需要打破常规思路,利用化归与转化的思想,将目标函数转化为易于处理的形式,再利用导数进行研究,解答该题需要分类讨论,综合考查了分类与整合的能力、推理论证能力以及数学语言表达能力。该题使学生理性思维的广度和深度得到充分展示,考查学生进一步学习与探究的潜能。全国Ⅲ卷理科第21题、新高考Ⅰ卷第21题、第22题等,均对数学语言表达能力的逻辑性和条理性提出较高的要求。

## 3 坚持立德树人,倡导“五育”并举

高考的核心功能是立德树人、服务选才、引导教学,构建德智体美劳全面培养的教育体系是新时代教育和高考的重要任务<sup>[49]</sup>。2020年高考数学试题关注数学文化育人的价值,贯彻全面育人的要求,发挥高考数学在深化中学课程改革、全面提高教育质量的引导和促进作用。

### 3.1 体现以文化人

培养理想信念和爱国情怀是立德树人的重要内容。高考数学试题以中国社会主义建设成果作为试题情境,运用数学知识和方法考查逻辑推理、数学建模、数据分析等学科素养。全国Ⅱ卷文、理科第18题以沙漠治理为背景设计,考查学生分析问

题和解决问题的能力、数据处理的能力以及创新应用的能力。沙漠治理是我国一项长期而艰巨的任务,治理效果可以通过植被状况和生物多样性来反映,由此出发设计的问题既有现实意义,也是运用中学所学知识能够解决的问题,试题情境和研究结论反映了我国在环境治理等方面的成就,体现了立德树人的教育宗旨。全国Ⅱ卷理科第14题、新高考Ⅱ卷第6题分别以垃圾分类宣传、扶贫工作为背景,设计了计数问题,考查学生对计数原理的理解程度,这2道试题的设计源于教材,注重基础,情境具有强烈的时代气息,体现了引导和教育作用。

### 3.2 体现体育教育

身心健康是素质教育的核心内容,在高考评价体系的核心价值指标体系中,包含健康情感的指标,要求学生具有健康意识,注重增强体质、健全人格、锤炼意志<sup>[4]17</sup>。高考数学设计了以体育运动为问题情境的试题,体现了积极的导向作用。全国Ⅰ卷理科第19题以3人羽毛球比赛为背景,巧妙地将概率问题融入常见的羽毛球比赛中,以参赛人的获胜概率设问,重在考查学生的逻辑思维能力,对事件进行分析、分解和转化的能力,以及对概率的基础知识特别是古典概率模型、事件的关系和运算、事件独立性的掌握。新高考Ⅰ卷第5题(新高考Ⅱ卷第5题)关注学生的体育运动与体育锻炼,以此为背景设计了简单的计算问题,考查学生对调查资料及数据的理解和应用。高考数学涉及的体育问题体现出数学在体育运动中的应用,同时激发学生参加体育运动的兴趣。

### 3.3 体现美育教育

良好的审美素养影响人对社会、对他人、对事物积极的人生态度,同时良好的审美素养对培养人的创造能力也十分重要。高考数学设计了体现数学美的试题,如全国Ⅰ卷文、理科第3题以世界建筑奇迹古埃及胡夫金字塔为背景,设计了正四棱锥的计算问题,将立体几何的基本知识与世界文化遗产有机结合。埃及金字塔的建造不仅运用了许多数

学原理与知识,而且体现了数学美与建筑美学的很好结合,试题以数学美与建筑美的结合作为出发点,体现了数学与实际问题的联系。全国Ⅱ卷理科第4题以计算北京天坛的圜丘坛铺设的石板数量为背景,考查学生的分析问题能力和数学文化素养,试题反映了我国古代悠久灿烂的文明成就,同时展示了我国传统文化中“天圆地方、天人合一”的思想。全国Ⅱ卷文科第3题借助数学语言给出原位大三和弦与原位小三和弦的定义,并设计了简单计数问题,考查学生对新定义、新情境的学习能力,以及分析问题能力和数学文化素养。这些试题可以使学生在应用数学知识解决生活问题的过程中,开阔视野,感悟实际中的美、数学中的美,激发学生培养艺术素养,培养数学学科素养。

### 3.4 体现劳动教育

培养学生的劳动态度和劳动精神,是深入推进课程改革的重要内容,对塑造正确的世界观、人生观、价值观具有重要意义。高考数学试题将社会生产劳动实践情境与数学基本概念有机结合,发挥高考在培养劳动观念中的引导作用。新高考Ⅰ卷第15题(新高考Ⅱ卷第16题)创设了一个劳动场景——设计零件时给暴露在空气中的部分刷漆,要求学生计算刷漆部分的面积,试题在考查几何知识的同时,培养学生的数学应用意识,提高学生对劳动实践的兴趣。全国Ⅰ卷文科第17题以工业生产中的总厂分配加工业务问题为背景,以2个分厂的A级品概率和厂家基于“平均利润最大化”的决策问题设问,考查学生应用所学的概率和统计知识对实际数据的分析处理能力。上述试题来源于社会生产实际,体现了数学与生活的密切关联,具有时代感、浓厚的生活气息和现实意义。

## 4 坚持探索创新,推进高考内容改革

2020年是山东、海南实行综合改革后的首次高考,数学不分文理科。新高考数学坚持改革创新,全面贯彻高考评价体系的要求,更新评价理念,落

实立德树人根本任务,在考试内容改革、题型创新、试卷结构改革以及科学调控难度等方面进行了积极探索。试题科学把握数学考试的方向性、时代性、科学性与高校人才选拔功能的关系,正确把握高考数学命题与高中数学课程标准、数学核心素养的关系,充分发挥高考数学对中学数学教育教学的正确导向作用。

#### 4.1 考试内容改革

新高考数学考试内容改革关注新高考数学文理不分科的特点,关注高校对人才的选拔要求和数学在人才培养中的作用。2020年新高考数学命题依据《新高考过渡期数学科考试范围说明》,科学设计考试内容,重点关注《普通高中数学课程标准(实验版)》和《普通高中数学课程标准(2017年版)》的公共内容,并将这些内容确定为过渡时期的高考数学考查内容。新高考 I 卷和 II 卷全面贯彻了新高考数学的考试内容要求,体现了文理不分科后数学考试的特点。

#### 4.2 题型和试卷结构改革

##### 4.2.1 引入新题型

新高考数学在题型和试卷结构上进行了创新性改革,引入了多选题和结构不良试题。多选题的引入,为数学基础和数学能力在不同层次的学生提供了发挥空间,同时能够更加精准地发挥数学科考试的区分选拔功能。如新高考 I 卷第 9 题、新高考 II 卷第 10 题全面考查直线与圆锥曲线的基本概念及其性质特征,选项设置层次分明:学生仅选 A 项得 3 分,说明学生能准确理解椭圆的概念;学生仅选 C 项得 3 分,说明学生对双曲线的概念掌握较好;学生选 ACD 项得 5 分,说明学生对直线与二次曲线的概念有较全面的认识和理解。再如新高考 I 卷第 11 题(新高考 II 卷第 12 题)考查指数函数、对数函数、幂函数的基本性质及平均值不等式的表达方法与灵活应用,学生仅选 A 项得 3 分,说明学生基本掌握了基本不等式的性质;学生选 ABD 项得 5 分,说明学生较好地掌握了基本不等式的性质和应用。

由此可见,多选题的设置给学生增加了得分机会,也更精准地测试和区分了不同层次学生的数学能力水平。

相较结构不良问题,结构良好问题往往条件清晰明确、结论统一。现实中遇到的问题经常都是结构不良问题,可能缺少解决问题的必要条件或者某个条件存在变数,其结论也是多样化的,甚至在某些特定条件下问题是无解的,问题的解决过程更是千差万别。高考数学引入结构不良试题,能够有效地考查学生建构数学问题的能力以及分析问题和解决问题的能力。结构不良试题具有很好的开放性,对数学理解能力、数学探究能力的考查是积极和深刻的。如新高考 I 卷、II 卷第 17 题以解三角形为背景设计,给定若干条件(在这些条件下三角形并不能随之确定),要求学生在另外给出的几个条件中自主选择:若问题中的三角形存在,求解三角形;若问题中的三角形不存在,说明理由。选择本身是试题要考查的内容之一,不同的选择可能导致不同的结论,难度与用时也会有所区别。结构不良试题的命制,是把数学知识与现实生活联系起来的尝试,使学生体会到,数学高考不是主要考知识,而是更关注如何解决现实生活中无处不在的结构不良问题,引导学生从知识的习得与记忆转向问题的解决、策略的选择,使得数学应用在思维层面真正发生。

##### 4.2.2 调整试卷结构

老高考数学试卷由选择题、填空题、解答题 3 部分组成,其中:单项选择题 12 题,填空题 4 题,解答题 7 题(含 5 个必考题和 2 个选考题),总题量为 23 题。新高考数学对试卷结构进行了调整,包括单项选择题、多项选择题、填空题、解答题 4 部分,其中:单项选择题 8 题 40 分,多项选择题 4 题 20 分,填空题 4 题 20 分,解答题取消选考题,6 题 70 分,全卷总题量为 22 题。

#### 4.3 科学调控难度

2020年新高考数学试题根据学科特点,科学调控难度,坚持高考数学的基础性、综合性、应用性和

创新性的要求,贯彻“低起点,多层次,高落差”的科学调控策略,命制适合不同学生水平的试题。

“低起点”体现为试卷在选择题、填空题、解答题部分进行系统设计,起始题起点低、入口宽,从数学概念、数学方法入手,面向全体学生。如新高考 I 卷、II 卷第 1~5 题、第 17~19 题以以往文科试题的难度呈现,体现注重考查基础知识、回归教材的特点。

“多层次”体现为试题重视难度和思维的层次性。数学概念的理解、基本数学方法的掌握、数学素养的养成等与思维水平有高度的关联性,因此试题重视难度和思维的层次性,给学生更广阔的思考空间、更多的思考角度以及基于自己认知水平的发现和探索解题方法的不同平台。如新高考 I 卷第 10 题、第 11 题、第 20 题具有多种解法,体现解题方法的多样性,给不同层次的学生提供多种分析问题和解决问题的途径。

“高落差”体现为重视高考数学的综合性、创新性。试题的难度设计不仅有层次性,而且在思维的灵活性、深刻性,方法的综合性、探究性和创造性等方面科学把握试题的区分度,全面体现高考数学的选拔功能。如新高考 I 卷、II 卷第 21 题、第 22 题对

思维能力提出较高要求,要求学生具备解决较复杂问题的综合素养和能力,具有一定的难度。这样的难度设计有利于高校选拔人才,也有利于中学数学教学加强培养学生的核心素养。

综上,2020 年高考数学试题坚持高考的核心价值,突出数学学科特色,着重考查学生的理性思维能力,综合运用数学思想方法发现问题、分析问题、解决问题的能力。通过创新试题设计,优化试卷结构,很好地把握了稳定与创新、稳定与改革的关系,对推进高考综合改革、引导中学数学教学都将发挥积极作用。

#### 参考文献

- [1] 教育部考试中心. 中国高考评价体系说明[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019.
- [2] 科技部, 教育部, 中国科学院, 国家自然科学基金委员会. 关于加强数学科学研究工作方案[EB/OL]. [2020-07-02]. [https://www.sohu.com/a/328145331\\_775366](https://www.sohu.com/a/328145331_775366).
- [3] 李昌官. 追寻直觉背后的逻辑与引领逻辑的直觉[J]. 数学教育学报, 2018(4): 76-81.
- [4] 教育部考试中心. 中国高考评价体系[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019.

### Carry out Content Reform under Gaokao Assessment Framework and Evaluate Key Competences Based on Proper Contexts: Analysis of the Mathematics Test of 2020 Gaokao National Education Examinations Authority

**Abstract:** The 2020 mathematics test of Gaokao follows the educational policy which emphasizes moral, intellectual, physical, aesthetic and labor education. It is based on authentic, real-life contexts such as achievements in socialist construction, positive results of scientific epidemic prevention and the institutional advantages of socialism, displaying distinctive characteristics of the era and promoting the nurturing value of education. Highlighting scientific thinking and focusing on evaluating key competences, the test has successfully fulfilled the screening function of Gaokao, wielding positive influence on Gaokao comprehensive reform and secondary mathematics teaching.

**Keywords:** college entrance examination; college entrance examination of mathematics; item writing for the college entrance examination; Gaokao Assessment Framework; examination content reform; test analysis

(责任编辑:周黎明)