第4课时　离散型随机变量及其分布列(2)



知识技能

1．理解并运用离散型随机变量分布列的性质．

2．进一步求离散型随机变量的概率分布．

思想方法

体会转化化归思想在解决问题中的运用．

核心素养

在求解概率分布问题的过程中，发展逻辑推理和数学运算素养．



离散型随机变量分布列性质的运用；求离散型随机变量的概率分布．



问题导引

预习教材P102～106，思考下面的问题：

1．通过上节课的学习，你认为如何用函数思想研究概率问题？

解　先引入随机变量的概念，建立起样本空间到实数集的对应关系，为随机事件的表示带来方便；然后再引入分布列的概念，建立起随机变量取值与其概率的对应关系．有了随机变量及其分布列的概念，就可以将不同背景的概率问题转化为统一的数学问题．

2．离散型随机变量的分布列与样本频率分布有什么联系与区别？

解　联系：都是统计离散型随机变量各个取值的可能性大小．

区别：分布列呈现的是准确值(概率)，而样本频率分布呈现的是统计数据的经验值(频率)；频率一般容易得到，通常用来代替随机变量分布列进行定量分析．

即时体验

1．盒中装有6支白粉笔和8支红粉笔，从中任意取出3支，其中所含白粉笔的支数*X*的所有可能取值为\_\_0,1,2,3\_\_.

2．在某项考试中，需回答三个问题，考试规则规定：每题回答正确得100分，回答不正确得－100分，则这名同学回答这三个问题的总得分*ξ*的所有可能取值是\_\_300,100,－100,－300\_\_.

提示　当答对3道题时，*ξ*＝300；当答对2道题时，*ξ*＝100；当答对1道题时，*ξ*＝－100；当答对0道题时，*ξ*＝－300.

3．已知随机变量*X*的分布列如下表所示，则*P*(0<*X*<3)＝　　.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *P* |  |  |  |  |



一、 复习回顾

1．离散型随机变量的概率分布

概率分布：*P*(*X*＝*xi*)＝*pi,i*＝1,2,…，*n*，或

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | *x*1 | *x*2 | … | *xn* |
| *P* | *p*1 | *p*2 | … | *pn* |

2.随机变量的概率分布的性质

① *pi*≥0; ② *p*1＋*p*2＋…＋*pn*＝1.

利用这两个性质可以列出方程或不等式(组)求参数的值或范围．

3. 求概率分布的一般步骤

① 写出*X*的所有可能取值；

② 求出*X*取各个值的概率；

③ 按定义规范形式写出分布列(通常写出表格形式)．

二、 数学运用

例1　若随机变量*X*的分布列如下表所示，试求出常数*c*.[1]

(见学生用书课堂本P65)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 |
| *P* | 9*c*2－*c* | 3－8*c* |

[处理建议]　从分布列的两条性质考虑列方程和不等式．

[规范板书]　解　由随机变量分布列的性质可知解得*c*＝.

[题后反思]　(1) 分布列的两个性质：①*pi*≥0, *i*＝1,2,…，*n,*这是由概率的非负性所决定的；② *p*1＋*p*2＋…＋*pn*＝1，这是因为一次试验的各种结果是互斥的，而全部结果之和为必然事件．

(2) 两个性质的应用：①检查写出的分布列是否正确；②在求分布列的某些参数时，可通过列方程或不等式(组)求出参数．

　设离散型随机变量*ξ*的分布列为*P*(*ξ*＝*k*)＝*ak*(*k*＝1,2,3,4)，求实数*a*的值．

[规范板书]　解　由已知，*a*>0，

由随机变量分布列的性质可知

*a*＝1,解得*a*＝.

例2　(教材P105例4)同时抛掷两颗质地均匀的骰子，观察朝上一面出现的点数．设两颗骰子中出现的点数分别为*X*1,*X*2,记*X*＝max{*X*1,*X*2}．

(1) 求*X*的概率分布；

(2) 求*P*(2<*X*<5). [2]

(见学生用书课堂本P66)

[处理建议]　强调求概率分布的步骤，尤其是随机变量所有可能的取值情况．

[规范板书]　解　(1) 依题意易知抛掷两颗骰子出现的点数有36种等可能的情况：(1,1)，(1,2)，(1,3)，(1,4)，(1,5)，(1,6)，(2,1)，…，(6,5)，(6,6)．因而*X*的可能取值为1,2,3,4,5,6,详见下表．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X*的值 | 出现的点 | 样本点个数 |
| 1 | (1,1) | 1 |
| 2 | (2,2)，(2,1)，(1,2) | 3 |
| 3 | (3,3)，(3,2)，(3,1)，(2,3)，(1,3) | 5 |
| 4 | (4,4)，(4,3)，(4,2)，(4,1)，(3,4)，(2,4)，(1,4) | 7 |
| 5 | (5,5)，(5,4)，(5,3)，(5,2)，(5,1)，(4,5)，(3,5)，(2,5)，(1,5) | 9 |
| 6 | (6,6)，(6,5)，(6,4)，(6,3)，(6,2)，(6,1)，(5,6)，(4,6)，(3,6)，(2,6)，(1,6) | 11 |

由古典概型可知*X*的概率分布如下表所示．

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *P* |  |  |  |  |  |  |

(2) *P*(2<*X*<5)＝*P*(*X*＝3)＋*P*(*X*＝4)＝＋＝.

[题后反思]　对于(2)，由于*X*只能在1,2,3,4,5,6中取值，所以2<*X*<5等价于*X*＝3或*X*＝4.又因为*X*＝3与*X*＝4互斥，所以*P*(2<*X*<5)＝*P*(*X*＝3)＋*P*(*X*＝4)，即随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和．

　在例2中，求2颗骰子出现较小点数*Y*的概率分布．

[规范板书]　解　与例2类似，通过列表可知：

*P*(*Y*＝1)＝，*P*(*Y*＝2)＝，

*P*(*Y*＝3)＝，*P*(*Y*＝4)＝，

*P*(*Y*＝5)＝，*P*(*Y*＝6)＝.

例3　一批笔记本电脑共有10台，其中A品牌3台，B品牌7台．如果从中随机挑选2台，求这2台电脑中A品牌台数的分布列．[3]

(见学生用书课堂本P66)

[处理建议]　先设出随机变量*X*，分析*X*所有可能取值．

[规范板书]　解　设挑选的2台电脑中A品牌的台数为*X*，则*X*的可能取值为0,1,2.根据古典概型的知识，可得*X*的分布列为

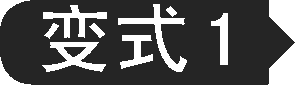
*P*(*X*＝0)＝＝，*P*(*X*＝1)＝＝，

*P*(*X*＝2)＝＝.

故随机变量*X*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* |  |  |  |

[题后反思]　求离散型随机变量*X*的分布列的关键是弄清*X*每一个值对应的随机事件，进一步利用古典概型及排列、组合知识求出*X*取每一个值的概率．

　为检测某产品的质量，现抽取5件产品，测量产品中微量元素*x, y*的含量(单位：毫克)，测量数据如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *x* | 169 | 178 | 166 | 177 | 180 |
| *y* | 75 | 80 | 77 | 70 | 81 |

如果产品中的微量元素*x, y*满足*x*≥177且*y*≥79时，该产品为优等品．

现从上述5件产品中，随机抽取2件，求抽取的2件产品中优等品数*X*的分布列．

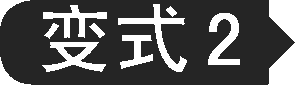
[规范板书]　解　根据题意，产品中的微量元素*x, y*满足*x*≥177且*y*≥79时，该产品则为优等品．只有编号为2与5的抽测品是优等品，所以5件抽测品中有2件优等品，则*X*的可能取值为0, 1, 2.

*P*(*X*＝0)＝＝0.3, *P*(*X*＝1)＝＝0.6,

*P*(*X*＝2)＝＝0.1.

故优等品数*X*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* | 0.3 | 0.6 | 0.1 |

　袋中装有黑球和白球共7个，从中任取2个球都是白球的概率为.现在甲、乙两人从袋中轮流摸取1球，甲先取，乙后取，然后甲再取……取后不放回，直到两人中有一人取到白球时停止．每个球在每一次被取出的机会是等可能的，用*ξ*表示取球终止时所需要的取球次数．

(1) 求袋中原有白球的个数；

(2) 求随机变量*ξ*的概率分布；

(3) 求甲取到白球的概率．

[规范板书]　解　(1) 设袋中原有*n*个白球，由题意知＝＝＝，所以*n*(*n*－1)＝6，解得*n*＝3(*n*＝－2舍去)，即袋中原有3个白球．

(2) 由题意，*ξ*的可能取值为1,2,3,4,5.

*P*(*ξ*＝1)＝，*P*(*ξ*＝2)＝＝，

*P*(*ξ*＝3)＝＝，*P*(*ξ*＝4)＝＝，

*P*(*ξ*＝5)＝＝.

所以取球次数*ξ*的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *P* |  |  |  |  |  |

(3) 因为甲先取，所以甲只可能在第1次、第3次和第5次取球．记“甲取到白球”为事件*A*，则*P*(*A*)＝*P*(*ξ*＝1)＋*P*(*ξ*＝3)＋*P*(*ξ*＝5)＝＋＋＝.

例4　设离散型随机变量*X*的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *P* | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.3 | *m* |

　　求：(1) 2*X*＋1的分布列；(2) |*X*－1|的分布列．[4]

[处理建议]　引导学生观察新变量与原变量的关系．

[规范板书]　解　由分布列的性质知：0.2＋0.1＋0.1＋0.3＋*m*＝1，解得*m*＝0.3.

首先列表为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2*X*＋1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| |*X*－1| | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |

从而由上表得两个分布列为

(1) 2*X*＋1的分布列：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2*X*＋1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| *P* | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.3 | 0.3 |

(2) |*X*－1|的分布列：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| |*X*－1| | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* | 0.1 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |

[题后反思]　求离散型随机变量*Y*＝*f*(*X*)的分布列的一般步骤：(1)明确随机变量*X*的分布列；(2)弄清*X*取每一个值时对应的*Y*的取值，再把*Y*所取相同的值所对应的事件的概率相加，得出*Y*值所对应的概率值；(3)列出概率分布表，即得*Y*的分布列．

三、 课堂练习

1．(多选)如果*X*是一个离散型随机变量，那么下列命题中正确的是(ABC)

A. *X*取每个可能值的概率是非负数

B. *X*取每个可能值的概率之和为1

C. *X*取某2个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D. *X*取某2个可能值的概率大于分别取其中每个值的概率之和

2．已知离散型随机变量*ξ*的分布列如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *P* |  |  | *p* |  |

则*p*等于(D)

A. B.

C. D.

提示　由＋＋*p*＋＝1，解得*p*＝.

3．若随机变量*ξ*的所有可能取值为1,2,3,4,5,且*P*(*ξ*＝*k*)＝*ck*，则*c*＝　　,*P*(2≤*ξ*≤4)＝　　.

提示　由已知有*c*＋2*c*＋3*c*＋4*c*＋5*c*＝1，解得*c*＝，故*P*(2≤*ξ*≤4)＝＋＋＝.

4. 若随机变量*X*服从两点分布，且*P*(*X*＝1)＝0.2, *Y*＝3*X*－2，则*P*(*Y*＝－2)＝\_\_0.8\_\_.

提示　由题意知*P*(*X*＝0)＝0.8. *Y*＝－2，则*X*＝0，所以*P*(*Y*＝－2)＝*P*(*X*＝0)＝0.8.

5．从含有2名女生的10名高二学生中任选3人进行某项社会实践活动，记女生入选的人数为*X*，则*X*的所有可能取值为\_\_0,\_1,2\_\_,\_*P*(*X*＝1)＝　　.

提示　*P*(*X*＝1)＝＝.

四、 课堂小结

1．离散型随机变量的分布列的性质．

2．求离散型随机变量的分布列的关键点：(1)确定随机变量的取值；(2)求每一个取值所对应的概率；(3)检验所有概率之和是否为1.

3．易错点：随机变量的取值不明确导致分布列求解错误.



[1] 巩固分布列性质的应用．

[2] 进一步巩固离散型随机变量的概率分布．

[3] 进一步巩固如何求离散型随机变量的分布列．

[4] 了解两个相关随机变量的分布列的求法．