**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周练9**

**一、单选题（本大题共8小题，共40.0分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）**

1. 经过两点的直线的倾斜角为（    ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【详解】由题意可知的斜率为，所以该直线的倾斜角为.故选：B

2. 圆在点处的切线方程为（    ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【详解】易知该切线斜率存在，不妨设切线方程，

易知圆心，半径，所以到的距离为，

解之得，即切线.故选：A

3．在数列中，，，若，则（    ）

A．671 B．672 C．673 D．674

【答案】D

【详解】∵，，∴

∴数列是以1为首项，3为公差的等差数列，

∴，解得.故选：D.

4. 抛物线的焦点到圆*C*：上点的距离的最小值为（ ）

A. 0 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】B

【详解】抛物线的焦点坐标为,

圆*C*：的圆心，半径为1，，

则抛物线的焦点*F*到圆*C*上点的距离的最小值为

5.双曲线的中心在原点，焦点在坐标轴上，渐近线方程为，则*C*的离心率为（ ）

A.  B.  C. 或 D. 或

【答案】D

【详解】由题意，双曲线的渐近线方程为，

当双曲线的焦点在轴上时，可得，所以；

当双曲线的焦点在轴上时，可得，所以，

综上可得，双曲线的离心率为或.故选：D.

6．已知一个有限项的等差数列{*an*}，前4项的和是40，最后4项的和是80，所有项的和

是210，则此数列的项数为（     ）

A．12 B．14 C．16 D．18

【答案】B

【详解】由题意知*a1*＋*a2*＋*a3*＋*a4*＝40，

*an*＋*an－1*＋*an－2*＋*an－3*＝80，两式相加得*a*1＋*an*＝30.

又因为，所以*n*＝14. 故选：B

7. 已知圆：与圆：的公共弦所在直线经过定点，且点在直线上，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【详解】已知，，

将两圆作差得：，即两圆公共弦所在直线方程为：，

易知直线恒过，即点坐标为，

将点坐标代入中得：，

，

故的取值范围是. 故选：A

8. 已知椭圆：与圆：，若在椭圆上存在点，使得由点所作的圆的两条切线互相垂直，则椭圆的离心率的取值范围是（ ）

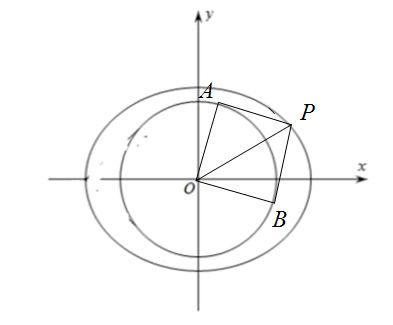
A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【详解】若在椭圆上存在点，使得由点所作的圆的两条切线互相垂直，

连接，依题得四点共圆，

因为，则，所以在中，，

则，得，，，

则，因为，解得：．

，即，而，即．

故选：B．

**二、多选题（本大题共4小题，共20.0分。在每小题有多项符合题目要求）**

9. 已知圆*M*：，则下列关于圆*M*的结论正确的是（ ）

A. 点在圆*M*内

B. 圆*M*关于直线对称

C. 圆*M*与圆*O*：相切

D. 若直线*l*过点，且被圆*M*截得的弦长为，则*l*的方程为

【答案】BC

【详解】圆的方程为，即圆心为，半径为，

对于A：因为，所以点在圆外，故选项A错误；

对于B：因为，所以圆心在直线上，故选项B正确；

对于C：因为圆*O*、圆的圆心距为，两圆的半径差为，

所以两圆内切，故选项C正确；

对于D：当直线*l*的斜率不存在时，其方程为，圆心到直线*l*的距离为，

直线被圆所截得的弦长为，

当直线*l*的斜率存在时，设其方程为，圆心到直线*l*的距离为，解得，可得直线*l*的方程为，

综上所述，直线*l*的方程为或，故选项D错误. 故选：BC.

10. 已知为等差数列，为公差，为前*n*项和，，

则下列说法正确的是（     ）

A． B．

C．和均为的最大值 D．

【答案】ABD

【详解】由，

由，故选项B说法正确；

因为，，所以，因此选项A说法正确；

因为，所以等差数列是单调递增数列，因此没有最大值，故选项C说法错误；

由，

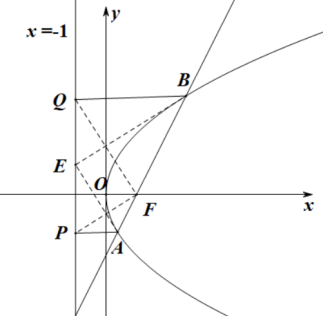
因为，所以，因此选项D说法正确.

故选：ABD

11. 已知抛物线的焦点为，过点作直线交抛物线于点，过分别向抛物线的准线作垂线，垂足分别为，线段的中点为，则有（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【详解】易知焦点，准线方程为，如图所示：

可设直线的方程为，；

联立直线和抛物线方程，消去可得，

由韦达定理可知，即A正确；

易知，

所以,

又，

，

所以，即B错误；

可知，则，

则，即，可知C正确；

易得，所以，

则

，即，所以D正确. 故选：ACD

12. 双曲线的左、右焦点分别，具有公共焦点的椭圆与双曲线在第一象限的交点为，双曲线和椭圆的离心率分别为的内切圆的圆心为，过作直线的垂线，垂足为，则（ ）

A. *I*到*y*轴的距离为*a* B. 点的轨迹是双曲线

C. 若，则 D. 若，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】作出基本图形，结合内切圆性质和切线长定理，双曲线第一定义可证，判断A项；结合内切圆性质和垂线性质可判断为中点，，连接，易得，由双曲线第一定义可证，判断B项；由内切圆性质易得，判断C项；由，易得为直角三角形，结合双曲线第一定义，椭圆第一定义，勾股定理可判断D项.

【详解】设圆与三边的切点为，则

，即①

又②

联立①②式得，故，显然横坐标相等，故*I*到*y*轴的距离为*a*，选项A正确；

过作直线的垂线，垂足为D，延长交于点，由内切圆及垂线性质可知，

，则为中点且，连接

由中位线定理可知，

故点的轨迹在以为圆心，半径为的圆上，故B项错误；

若，则等价于，即，解得，故C项正确；

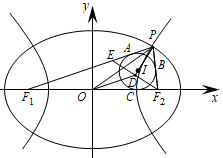
若，设椭圆的长半轴为，由可知，

为直角三角形，，

由双曲线性质可知③，由椭圆性质可知④，

由勾股定理可得⑤，③④⑤式联立可解得，

即，故D选项正确.



故选：ACD

**三、填空题（本大题共4小题，共20.0分）**

13. 点*A*(4,5)关于直线*l*的对称点为*B*(－2,7)，则*l*的方程为\_\_\_\_\_\_\_

【答案】3*x*－*y*＋3＝0

【详解】对称轴是以两对称点为端点的线段的中垂线，

*A、B*的中点坐标(1,6)，*AB*的斜率为：

中垂线斜率为3，则*l*的方程为：*y*−6=3(*x*−1)即：3*x*−*y*+3=0

故答案为：3*x*−*y*+3=0

14. 已知直线*l*：与曲线有两个交点，则实数*k*的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

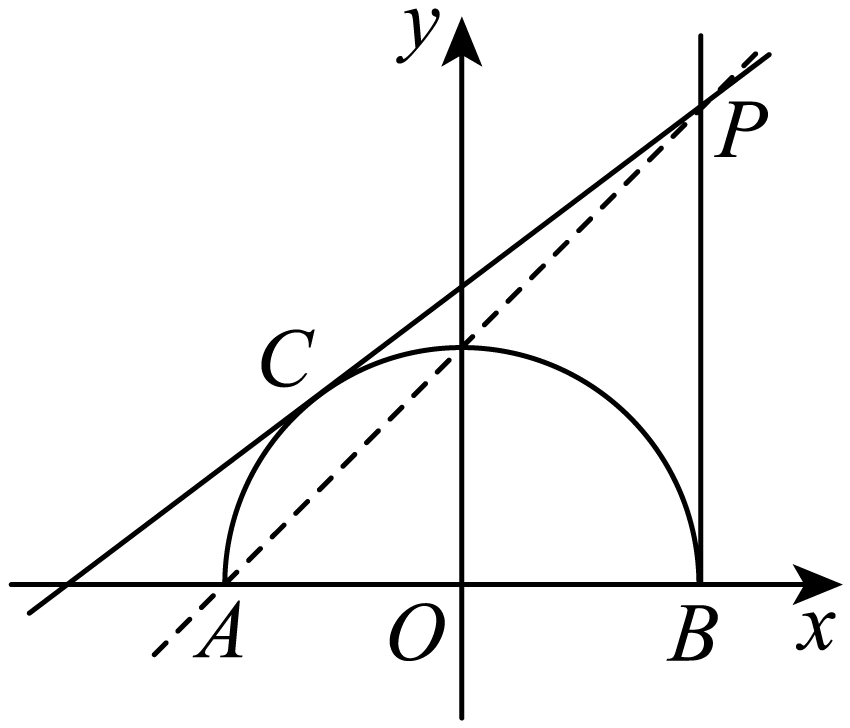
【详解】直线*l*：，得，可知直线*l*过定点，

如图，曲线表示以*O*为圆心，1为半径的上半圆，

当直线*l*与半圆相切时，，解得，

曲线与*x*轴负半轴交于点，，

因为直线*l*与曲线有两个交点，所以.



故答案为：.

15. 若数列是等差数列，首项，，，则使前项和成立的最大自然数是\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】4026

【详解】设数列是公差为的等差数列，

因为，故与符号相异，所以，

又因为公差不为0等差数列具有单调性， 且，，

故，，

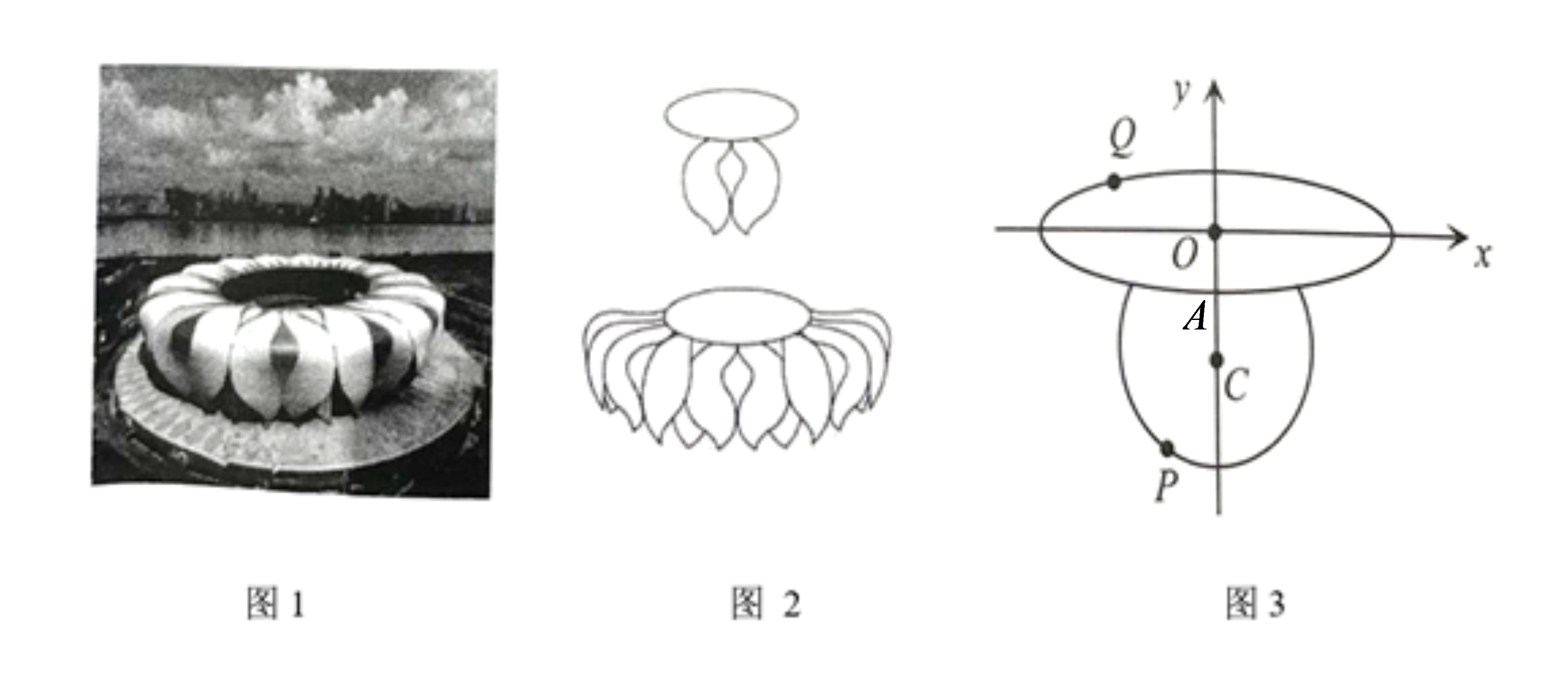
因为，

所以，

因为，

所以使前项和成立的最大自然数为4026.

16. 杭州第19届亚运会的主会场——杭州奥体中心体育场，又称“大莲花”（如图1所示）．会场造型取意于杭州丝绸纹理与纺织体系，建筑体态源于钱塘江水的动态，其简笔画如图2所示．一同学初学简笔画，先画了一个椭圆与圆弧的线稿，如图3所示．若椭圆的方程为，下顶点为为坐标原点，为圆上任意一点，满足，则点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若为椭圆上一动点，当取最大值时，点恰好有两个，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】 ①. ； ②. ．

【详解】设，由得，化简得，∴，

椭圆的方程是，设，

，

令，则，

依题意，点在轴上方，且关于轴对称，因此取最大值时，对应的，

时，取得最大值，且，又，因此可解得．故答案为：；．

**四、解答题（本大题共6小题，共70.0分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）**

17. 已知直线：，直线：，其中*a*，*b*均不为0.

（1）若，且过点，求*a*，*b*；

（2）若，且在两坐标轴上的截距相等，求与之间的距离.

解（1）当过点时，，所以，

因为，所以，即，于是；

（2）由：，令，则，令，则，

因为在两坐标轴上的截距相等，所以，故；

又，所以，所以，

则：与：之间的距离，

所以与之间的距离为.

18. 已知直线*l*：与圆*C*：相切.

（1）求实数*a*的值及圆*C*的标准方程；

（2）已知直线*m*：与圆*C*相交于*A*，*B*两点，若的面积为2，

求直线*m*的方程.

解（1）将圆*C*：化为标准方程，

得，故圆心，半径为.

因为直线*l*：与圆*C*相切，所以，解得，

所以圆*C*的标准方程为.

（2）设圆心*C*到直线*m*的距离为*d*.

则，所以，解得.

故，解得或.

所以直线*m*的方程为或

19．已知公差大于零的等差数列的前项和为，且满足，.

（1）求数列的通项公式；

（2）若数列是等差数列，且，求非零常数.

【详解】（1）∵，为等差数列，故，

由可得或，

∵，∴，，

∴，，∴.

（2）由（1）知，∴.

∵为等差数列，∴，∴，

∴，∴ (舍)或.

当时，，此时，故为等差数列，

故.

20.设直线与椭圆*C*：相交于*A*，*B*两点，点*M*为线段*AB*的中点，且直线*OM*的斜率为（*O*为坐标原点）.

（1）求*C*的离心率；

（2）若点*D*的坐标为，且，求*C*的方程.

解（1）由题意，设，， ，*C*的离心率为.

联立方程组并消去*y*，得.

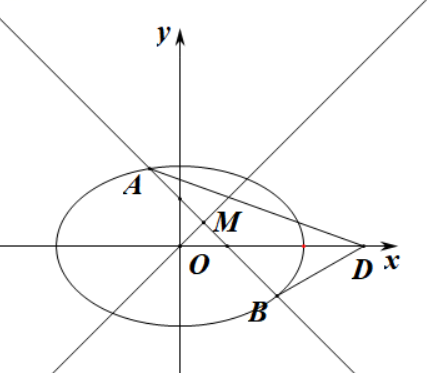
所以判别式，，

因为点*M*为线段*AB*的中点，所以，.

因为直线*OM*的斜率为，所以，

所以，所以椭圆的离心率为

（2）由题意及（1）得，



由，知.

所以，即.

整理得，.

所以，化简得.

又由（1）知，，联立方程组解得，，.

经检验，满足，

所以*C*的方程为：.

21. 已知抛物线：的焦点为；

（1）求抛物线的方程；

（2）过点作两条互相垂直的直线，；直线交抛物线于两点，

直线交抛物线于，两点，且点，分别为线段，的中点，

求的面积的最小值.

解：（1）抛物线：的焦点为，

可得，解得，所以抛物线的方程为.

（2）由题意知，直线的斜率均存在，

不妨设，，，，，

则，

联立方程组，整理得，

则，即，且，，

所以，所以，

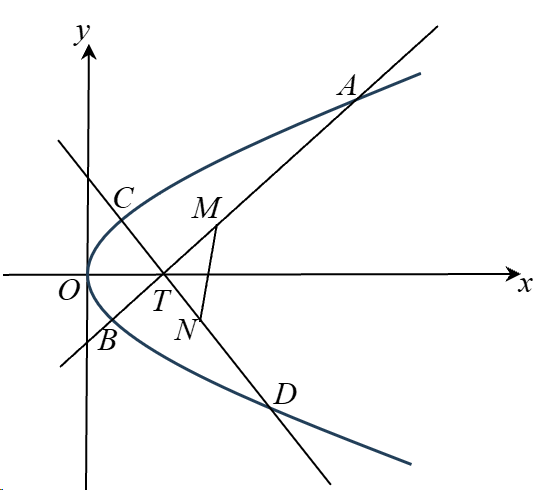
同理可得：

所以，，

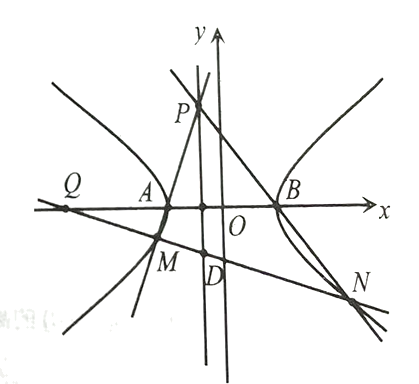
所以

，当且仅当，即时，等号成立，

所以面积的最小值为.



22. 已知双曲线的左顶点，一条渐近线方程为．



（1）求双曲线的标准方程；

（2）设双曲线的右顶点为为直线上的动点，连接交双曲线于两点（异于），记直线与轴的交点为．

①求证：为定点；

②直线交直线于点，记．求证：定值．

解（1）由题意得，，故，

所以双曲线的标准方程为；

（2）①证明：由题意可知，，，设，

因为连接交双曲线于两点（异于），所以，

又双曲线渐近线为，故，解得且，

直线，即，

与联立得，

则，故，，

同理直线，即，

与联立得，

则，故，

，

故直线方程为，

令得，

解得，

故点坐标为，为定值；

②由①可知，

因为，

所以，，

即，，

解得，，

故.