**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周练7**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1.“$m=−1$”是“直线$l\_{1}$：$mx+(2m−1)y+1=0$与直线$l\_{2}$：$3x+my+3=0$垂直”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2.圆$A$：$x^{2}+y^{2}+4x+2y+1=0$与圆$B$：$x^{2}+y^{2}−2x−6y+1=0$的位置关系是(    )

A. 相交 B. 内切 C. 外切 D. 内含

3.椭圆$\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$的左焦点为$F$，$P$为椭圆上一点，其横坐标为$\sqrt[ ]{3}$，则$|PF|=$(    )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

4.设抛物线$C:x^{2}=−12y$的焦点为$F$，点$P$在$C$上，$Q(0,−9)$，若$|PF|=|QF|$，则$|PQ|=$(    )

A. $2\sqrt{6}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

5.已知半径为$1$的圆经过点$(3,4)$，则其圆心到原点的距离的最小值为(    )

A. $4$ B. $5$ C. $6$ D. $7$

6.已知双曲线$C\_{1}$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$以椭圆$C\_{2}$：$\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=1$的焦点为顶点，左右顶点为焦点，则$C\_{1}$的渐近线方程为(    )

A. $\sqrt[ ]{3}x\pm y=0$ B. $x\pm \sqrt[ ]{3}y=0$ C. $2x\pm \sqrt[ ]{3}y=0$ D. $\sqrt[ ]{3}x+2y=0$

7.设$A$，$B$是椭圆$C:\frac{x^{2}}{3}+\frac{y^{2}}{m}=1$长轴的两个端点，若$C$上存在点$M$满足$∠AMB=120^{∘}$，则$m$的取值范围是(    )

A. $(0,1]∪[9,+\infty )$ B. $(0,\sqrt[ ]{3}]∪[9,+\infty )$
C. $(0,1]∪[4,+\infty )$ D. $(0,\sqrt[ ]{3}]∪[4,+\infty )$

8.已知椭圆和双曲线有共同的焦点$F \_{1}$，$F \_{2}$，$P$是它们的一个交点，且$∠F\_{1}PF\_{2}=\frac{π}{3}$，记椭圆和双曲线的离心率分别为$e \_{1}$、$e \_{2}$，则$e \_{1}·e \_{2}$的最小值为  (    )

A. $3$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\sqrt[ ]{3}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9.下列说法正确的是(    )

A. 若将直线$l$沿$x$轴向左平移$3$个单位长度，再沿$y$轴向上平移$2$个单位长度后回到原来的位置，则直线$l$的斜率为$−\frac{2}{3}$
B. 方程$mx+y−2=0(m\in R)$表示的直线斜率一定存在
C. 经过点$P(1,2)$，倾斜角为$α$的直线方程为$y−2=tanα(x−1)$
D. 经过两点$P\_{1}(x\_{1},y\_{1})$，$P\_{2}(x\_{2},y\_{2})(x\_{1}\ne x\_{2})$的直线方程为$y−y\_{1}=\frac{y\_{2}−y\_{1}}{x\_{2}−x\_{1}}(x−x\_{1})$

10.已知圆$O$：$x^{2}+y^{2}=4$和圆$C$：$\left(x−2\right)^{2}+\left(y−3\right)^{2}=1.$现给出如下结论，其中正确的是

A. 圆$O$与圆$C$有四条公切线
B. 过$C$且在两坐标轴上截距相等且非零的直线方程为$x+y=5$或$x−y+1=0$
C. 过$C$且与圆$O$相切的直线方程为$9x−16y+30=0$
D. $P､Q$分别为圆$O$和圆$C$上的动点，则$\left|PQ\right|$的最大值为$\sqrt[ ]{13}+3$，最小值为$\sqrt[ ]{13}−3$

11.已知椭圆$M:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F\_{1}(−\sqrt[ ]{3},0)$，$F\_{2}(\sqrt[ ]{3},0)$，过点$F\_{2}$的直线与该椭圆相交于$A$，$B$两点，点$P$在该椭圆上，且$|AB|最小值为1$，则下列说法正确的是(    )

A. 存在点$P$，使得$∠F\_{1}PF\_{2}=90^{∘}$
B. 满足$△F\_{1}PF\_{2}$为等腰三角形的点$P$有$2$个
C. 若$∠F\_{1}PF\_{2}=60^{∘}$，则$S\_{△F\_{1}PF\_{2}}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$
D. $|PF\_{1}|−|PF\_{2}|$的取值范围为$[−2\sqrt[ ]{3},2\sqrt[ ]{3}]$

12.已知$F\_{1}(−\sqrt[ ]{3},0)$，$F\_{2}(\sqrt[ ]{3},0)$是双曲线$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的焦点，$A$为左顶点，$O$为坐标原点，$P$是$C$右支上一点，满足$(\vec{F\_{2}P}+\vec{F\_{2}A})⋅(\vec{F\_{2}P}−\vec{F\_{2}A})=0$，$|\vec{F\_{2}P}+\vec{F\_{2}A}|=|\vec{F\_{2}P}−\vec{F\_{2}A}|$，则(    )

A. $C$的方程为$\frac{4}{3}x^{2}−\frac{4}{9}y^{2}=1$
B. $C$的渐近线方程为$y=\pm \sqrt[ ]{3}x$
C. 过$F\_{1}$作斜率为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$的直线与$C$的渐近线交于$M$，$N$两点，则$△OMN$的面积为$\frac{3}{8}$
D. 若点$Q$是$F\_{2}$关于$C$的渐近线的对称点，则$△QOF\_{1}$为正三角形

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13.经过点$P(2,7)$作直线$l$，若直线$l$与连接$A(1,1)$，$B(4,5)$两点的线段总有公共点，则直线$l$的斜率$k$的取值范围为          ．

14.若直线$l$：$ax−y+2−a=0$与圆$C$：$(x−3)^{2}+(y−1)^{2}=9$相交于$A$，$B$两点，且$∠ACB=90°$，则实数$a$的值为          ．

15.设椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的焦点为$F\_{1},F\_{2}$，$P$是椭圆上一点，且$∠F\_{1}PF\_{2}=\frac{π}{3}$，若$△F\_{1}PF\_{2}$的外接圆和内切圆的半径分别为$R,r$，当$R=4r$时，椭圆的离心率为          ．

16.过双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F\_{1}$作圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$的切线交双曲线的右支于点$P$，且切点为$T$，已知$O$为坐标原点，$M$为线段$PF\_{1}$的中点$($点$M$在切点$T$的右侧$)$，若$△OTM$的周长为$4a$，则双曲线的渐近线方程为          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**72.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（5+5）已知点$P(1,2)$，斜率为$−2$的直线$l\_{1}$过$P$点，且与$x$轴和$y$轴分别交于$A$，$B$两点．
$($Ⅰ$)$求$A$，$B$两点的坐标；$($Ⅱ$)$若一条光线从$A$点出发射向直线$l\_{2}$：$y=−x−1$，经$l\_{2}$反射后恰好过$B$点，求反射光线所在直线的方程以及这条光线从$A$到$B$经过的路程．

18.$(6+6)$已知圆$M:x^{2}+y^{2}−2x+4y+4=0$，圆$M$上的点$C(a,b)$．

$(1)$求$\frac{a+b−1}{a}$的最大值；

$(2)$求$(a−5)^{2}+(b−1)^{2}$的最小值．

1. $($6+6$)$双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1 \left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$、$F\_{2}$，点$\left(\sqrt[ ]{5},\frac{1}{2}\right)$，$\left(2\sqrt[ ]{2},−1\right)$在双曲线$C$上$.$

$(1)$求双曲线$C$的标准方程；

$(2)$直线$l$过点$F\_{2}$且与双曲线$C$交于$A$、$B$两点，且$AB$的中点的横坐标为$−2\sqrt[ ]{5}$，求直线$l$的方程．

20.$(4+8)$已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的离心率$e=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，且过点$M\left(4,1\right)$．

$(1)$求椭圆$C$的方程；

$(2)$若直线$l$：$y=x+m(m\ne −3)$与椭圆$C$交于$P$，$Q$两点，记直线$MP$，$MQ$的斜率分别为$k\_{1}$，$k\_{2}$，试探究$k\_{1}+k\_{2}$是否为定值．若是，请求出该定值；若不是，请说明理由．

21.$($4+8$)$已知抛物线$C$：$y^{2}=2px(p>0)$，$Q$为$C$上一点且纵坐标为$4$，$QP⊥y$轴于点$P$，且$\left|QP\right|=\frac{1}{2}\left|QF\right|$，其中点$F$为抛物线的焦点．

$(1)$求抛物线$C$的方程；

$(2)$已知点$M\left(\frac{1}{2},−2\right)$，$A$，$B$是抛物线$C$上不同的两点，且满足$k\_{AM}+k\_{BM}=−\frac{8}{5}$，证明：直线$AB$恒过定点，并求出定点的坐标．

22.$($4+8$)$已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$的左右顶点分别为$A\_{1}$，$A\_{2}$，直线$x=m(0<m<2)$与$C$交于$M$，$N$两点，直线$A\_{1}M$和直线$A\_{2}N$交于点$P.$

$(1)$求$P$点的轨迹方程$;$

$(2)$求$\frac{|PA\_{1}|⋅|PM|}{|PA\_{2}|⋅|PN|}$的取值范围．

**高二数学周练7答案**

1.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合直线垂直的等价条件求出$m$的值是解决本题的关键，属于较易题．
根据直线垂直的等价条件求出$m$的值，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可．

【解答】
解：若直线$l\_{1}$：$mx+(2m−1)y+1=0$与直线$l\_{2}$：$3x+my+3=0$垂直，
则满足$3m+m(2m−1)=0$，即$2m(m+1)=0$，
解得$m=0$或$m=−1$，
则“$m=−1$”是“直线$l\_{1}$：$mx+(2m−1)y+1=0$与直线$l\_{2}$：$3x+my+3=0$垂直”的充分不必要条件，
故选*A*．

2.【答案】$C$

【解析】【分析】

本题考查圆与圆的位置关系及其判定，解题时要掌握圆的圆心坐标和圆半径的求法，属于基础题．
先分别求出圆$A$和圆$B$的圆心和半径，再求出两圆的圆心距，由此能够判断两圆的位置关系．

【解答】
解：$∵$圆$A$：$x^{2}+y^{2}+4x+2y+1=0$的圆心坐标$A(−2,−1)$，半径$r\_{1}=\frac{1}{2}\sqrt[ ]{16+4−4}=2$，
圆$B$：$x^{2}+y^{2}−2x−6y+1=0$的圆心坐标$B(1,3)$，半径$r\_{2}=\frac{1}{2}\sqrt[ ]{4+36−4}=3$，
$∴|AB|=\sqrt[ ]{(1+2)^{2}+(3+1)^{2}}=5$，
$∵|AB|=r\_{1}+r\_{2}=5$，
$∴$圆$A$与圆$B$外切．
故选：$C$．

3.【答案】$D$

【解析】【分析】

本题主要考查椭圆定义的应用，是基础题．
首先求出$P$点坐标，得出$P$点到右焦点的距离，从而根据题意定义可得$P$到左焦点$F$的距离$|PF|$．

【解答】
解：椭圆$\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$的左焦点为$F(−\sqrt[ ]{3},0)$，右焦点为$(\sqrt[ ]{3},0)$，
$∵P$为椭圆上一点，其横坐标为$\sqrt[ ]{3}$，
可求得$P$点坐标为$P(\sqrt[ ]{3},\frac{1}{2})$或$P(\sqrt[ ]{3},−\frac{1}{2})$，
$∴P$到右焦点的距离为$\frac{1}{2}$，
由椭圆定义，则$P$到左焦点的距离$\left|PF\right|=4−\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$．
故选*D*．

4.【答案】$C$

【解析】【分析】

本题考查抛物线方程及性质，属基础题．
根据抛物线方程可得焦点坐标，进而得到 $|QF|=|PF|=6$ ，利用抛物线焦半径公式和抛物线方程可得 $P$ 点坐标，利用两点间距离公式可求得结果．

【解答】

解：由抛物线方程得： $F(0,−3)$ ，则 $|QF|=6$ ，

设 $P\left(x\_{0},y\_{0}\right)$ ， $∴|PF|=3−y\_{0}=6$ ，解得： $y\_{0}=−3$ ， $∴x\_{0}^{2}=36$ ，

$∴|PQ|=\sqrt{x\_{0}^{2}+\left(y\_{0}+9\right)^{2}}=\sqrt{36+36}=6\sqrt{2}$ ．

故选：$C$．

5.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题考查了点到圆上点距离的最值问题，以及与圆有关的轨迹问题，是较易题．
先求出圆心的轨迹，求出原点$O$到点$(3,4)$的距离，减去半径$1$即为所求．

【解答】
解：半径为$1$的圆经过点$(3,4)$，可得该圆的圆心轨迹为以$(3,4)$为圆心，$1$为半径的圆$.$记$B(3,4)$，$\left|OB\right|=\sqrt[ ]{\left(3−0\right)^{2}+\left(4−0\right)^{2}}=5$，
所以圆心到原点的距离的最小值为$\left|OB\right|−1=4$．
故选*A*．

6.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题考查椭圆的简单性质以及双曲线的简单性质的应用，属于基础题．
求出双曲线的顶点坐标就是椭圆的焦点坐标，焦点为顶点，然后求解双曲线的方程，再求其渐近线方程即可．

【解答】解：由题意双曲线$C\_{1}$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$以椭圆$C\_{2}$：$\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=1$的焦点为顶点，左右顶点为焦点，
知双曲线$C\_{1}$：的焦点坐标为$(\pm 2,0)$，顶点为$(\pm 1,0)$，
所以$a^{2}=1$，$b^{2}=3$，
则双曲线$C\_{1}$：$x^{2}−\frac{y^{2}}{3}=1$，
故渐近线方程为：$\sqrt[ ]{3}x\pm y=0$，
故选：$A$．

7.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题考查椭圆的标准方程，椭圆的基本性质，属于综合题．
根据椭圆方程分类讨论讨论得到$a$、$b$的关系，得到结果．

【解答】
解：当$0<m<3$时，焦点在$x$轴上，要使$C$上存在点$M$满足$∠AMB=120^{∘}$，则$\frac{a}{b}\geq tan60^{∘}=\sqrt[ ]{3}$，即$\frac{\sqrt[ ]{3}}{\sqrt[ ]{m}}\geq \sqrt[ ]{3}$，得$0<m⩽1;$
当$m>3$时，焦点在$y$轴上，要使$C$上存在点$M$满足$∠AMB=120^{∘}$，则$\frac{a}{b}\geq tan60^{∘}=\sqrt[ ]{3}$，即$\frac{\sqrt[ ]{m}}{\sqrt[ ]{3}}\geq \sqrt[ ]{3}$，得$m\geq 9$，故$m$的取值范围为$(0,1]∪[9,+\infty )$，选*A*．

8.【答案】$D$

【解析】【分析】

本题考查了椭圆与双曲线的定义标准方程及其性质、余弦定理、基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于较难题．
设出椭圆与双曲线的标准方程分别为：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，$\frac{x^{2}}{a\_{1}^{2}}−\frac{y^{2}}{b\_{1}^{2}}=1(a\_{1}>0,b\_{1}>0)$，利用定义可得：$m+n=2a$，$m−n=2a\_{1}$，解出$m$，$n.$利用余弦定理可得关于$e\_{1}$，$e\_{2}$的等式，再由基本不等式求得当$e\_{1}e\_{2}$取最小值时，$e\_{1}$，$e\_{2}$的值．

【解答】
解：不妨设椭圆与双曲线的标准方程分别为：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，$\frac{x^{2}}{a\_{1}^{2}}−\frac{y^{2}}{b\_{1}^{2}}=1(a\_{1}>0,b\_{1}>0)$，
设$|PF\_{1}|=m$，$|PF\_{2}|=n.m>n$．
则$m+n=2a$，$m−n=2a\_{1}$，
$∴m=a+a\_{1}$，$n=a−a\_{1}$．
$cos\frac{π}{3}=\frac{m^{2}+n^{2}−4c^{2}}{2mn}=\frac{1}{2}$，
化为：$(a+a\_{1})^{2}+(a−a\_{1})^{2}−4c^{2}=(a+a\_{1})(a−a\_{1}).$
$∴a\_{2}+3a\_{1}^{2}−4c^{2}=0$，
$∴\frac{1}{e\_{1}^{2}}+\frac{3}{e\_{2}^{2}}=4$，
$∴4\geq 2\sqrt[ ]{\frac{1}{e\_{1}^{2}}⋅\frac{3}{e\_{2}^{2}}}$，则$\frac{1}{e\_{1}e\_{2}}\leq \frac{2}{\sqrt[ ]{3}}$，即$e\_{1}⋅e\_{2}\geq \frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，当且仅当$e\_{1}=\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$，$e\_{2}=\frac{\sqrt[ ]{6}}{2}$时取等号．
故选：$D$．

9.【答案】$ABD$

【解析】分析】
本题考查了直线方程的性质，属于基础题．
利用直线的方程与斜率逐一进行判断．
【解答】
解：对于$A$：依题意，直线$l$的的斜率存在，设其方程为：$y=kx+b$，则直线$l$沿$x$轴向左平移$3$个单位长度，再沿$y$轴向上平移$2$个单位长度后，得到直线$l′$的方程为$y=k\left(x+3\right)+b+2$，即$y=kx+3k+b+2$，由已知$l$与$l′$重合，所以$3k+b+2=b$，可见$k=−\frac{2}{3}$，故A正确；
对于$B$，方程$mx+y−2=0(m\in R)$，即$y=−mx+2$，直线斜率为$m$，故*B*正确；
对于$C$，经过点$P(1,2)$，倾斜角为$θ=90°$的直线方程不能写成$y−2=tanθ(x−1)$，故*C*错误；
 对于$D$，$∵x\_{1}\ne x\_{2}$，$∴$直线的斜率存在，可写成$y−y\_{1}=\frac{y\_{2}−y\_{1}}{x\_{2}−x\_{1}}(x−x\_{1})$，故*D*正确；

10.【答案】$AD$

【解析】【分析】

本题考查两圆的位置关系的应用，考查圆的切线问题以及与圆有关的最值问题，属于中档题．
解题时可依据圆心距与两圆半径之和或之差的大小关系，确定两圆位置关系，并根据各选项涉及的相关知识即可逐项判断正误．

【解答】
解：由题意可得，圆$O$：$x^{2}+y^{2}=4$的圆心为$O(0,0)$，半径$r\_{1}=2$，

圆$C$：$(x−2)^{2}+(y−3)^{2}=1$的圆心$C(2,3)$，半径$r\_{2}=1$，

因为两圆圆心距$|OC|=\sqrt[ ]{13}>r\_{1}+r\_{2}=2+1$，所以两圆外离，有四条公切线，*A*正确；
$B$选项的直线$x−y+1=0$在两坐标轴上截距不相等，故 *B*不正确；

点$C$在圆$O$外，过圆外一点与圆相切的直线有两条，$C$不正确；

两圆外离，$\left|PQ\right|$的最大值等于$|OC|+r\_{1}+r\_{2}=\sqrt[ ]{13}+3$，最小值为$|OC|−r\_{1}−r\_{2}=\sqrt[ ]{13}−3$，*D*正确．
故选*AD*．

11.【答案】$ACD$

【解析】【分析】
本题考查椭圆的概念及标准方程、椭圆的性质及几何意义，属于中档题．
根据椭圆的概念和性质对各选项逐项判定，即可求出结果．
【解答】
解：根据题意：可得$c=\sqrt[ ]{3}$，$|AB|$的最小值为$1$，
所以$|AB|=\frac{2b^{2}}{a}=1⇒a=2$，$b=1$，$c=\sqrt[ ]{3}$，
所以椭圆方程为$\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$，
当点$P$为该椭圆的上顶点时，此时$∠F\_{1}PF\_{2}=120^{∘}$，
所在存在点$P$，使得$∠F\_{1}PF\_{2}=90^{∘}$，所以选项*A*正确；
当点$P$在椭圆的上、下顶点时，满足$△F\_{1}PF\_{2}$为等腰三角形，
又因为$2−\sqrt[ ]{3}\leq |PF\_{2}|\leq 2+\sqrt[ ]{3}$，$|F\_{1}F\_{2}|=2\sqrt[ ]{3}$，
$∴$满足$|PF\_{2}|=|F\_{1}F\_{2}|$的点$P$有两个，
同理满足$|PF\_{1}|=|F\_{1}F\_{2}|$的点$P$有两个，所以选项*B*不正确；
若$∠F\_{1}PF\_{2}=60^{∘}$，则$S\_{△F\_{1}PF\_{2}}=b^{2}tan\frac{60^{∘}}{2}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$，所以选项*C*正确；
对于选项*D*，$|PF\_{1}|−|PF\_{2}|=|PF\_{1}|−(2a−|PF\_{1}|)=2|PF\_{1}|−4$，
分析可得$|PF\_{1}|\in [2−\sqrt[ ]{3},2+\sqrt[ ]{3}]$，$|PF\_{1}|−|PF\_{2}|\in [−2\sqrt[ ]{3},2\sqrt[ ]{3}]$，所以选项*D*正确．
故选：$ACD$．

12.【答案】$ABD$

【解析】【分析】

本题主要考查双曲线的方程和性质，向量的数量积与向量的模的计算，属于中档题．
先根据题意，求得双曲线$C$的方程，从而得出渐近线方程，可得$A$、*B*正确；再根据直线$MN$与渐近线联立，结合三角形面积公式求得面积；利用点关于直线对称，求得点$Q$的坐标，从而得*D*正确．

【解答】
解：由$(\vec{F\_{2}P}+\vec{F\_{2}A})⋅(\vec{F\_{2}P}−\vec{F\_{2}A})=0$得$\vec{F\_{2}P}^{2}=\vec{F\_{2}A}^{2}$，
即$|\vec{F\_{2}P}|=|\vec{F\_{2}A}|$．
又因为$|\vec{F\_{2}P}+\vec{F\_{2}A}|=|\vec{F\_{2}P}−\vec{F\_{2}A}|$，即$\vec{F\_{2}P}·\vec{F\_{2}A}=0$．
所以$PF\_{2}⊥F\_{2}A,$
又点$A(−a,0)$，$F\_{2}(\sqrt[ ]{3},0)$，$|F\_{2}A|=a+\sqrt[ ]{3}$，不妨设点$P$在第一象限，
则$P(\sqrt[ ]{3},\sqrt[ ]{3}+a)$．
代入到双曲线$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$中，且$b^{2}=c^{2}−a^{2}=3−a^{2}$．
得$2\sqrt[ ]{3}a^{3}+9a^{2}−9=0$．
解得$a=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，则$b=\frac{3}{2}$．
则$C$的方程为$\frac{4}{3}x^{2}−\frac{4}{9}y^{2}=1$，故*A*选项正确；
双曲线的渐近线为$y=\pm \frac{b}{a}x=\pm \frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}}x=\pm \sqrt[ ]{3}x$，则$B$选项正确；
过$F\_{1}$作斜率为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$的直线与$C$的渐近线交于$M$，$N$两点，
则直线$MN$的方程为$y−0=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}(x+\sqrt[ ]{3})$，即$y=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}x+1$．
由$\left\{\begin{matrix}y=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}x+1\\y=\sqrt[ ]{3}x\end{matrix}\right.$得$\left\{\begin{matrix}x=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{matrix}\right.,$
由$\left\{\begin{matrix}y=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}x+1\\y=−\sqrt[ ]{3}x\end{matrix}\right.$得$\left\{\begin{matrix}x=−\frac{\sqrt[ ]{3}}{4}\\y=\frac{3}{4}\end{matrix}\right.,$
取$M\left(\frac{\sqrt[ ]{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$，$N\left(−\frac{\sqrt[ ]{3}}{4},\frac{3}{4}\right)$，
则$\left|OM\right|=\sqrt[ ]{3}$，$\left|ON\right|=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，$∠MON=60°$，
则$S\_{△OMN}=\frac{1}{2}\left|OM\right|·\left|ON\right|·sin60°=\frac{1}{2}×\sqrt[ ]{3}×\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}×\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}=\frac{3\sqrt[ ]{3}}{8}$，故*C*选项错误．
双曲线的一条渐近线为$y=\sqrt[ ]{3}x.$
设$Q(m,n)$是点$F\_{2}$关于$y=\sqrt[ ]{3}x$的对称点，
则$\left\{\begin{matrix}k\_{QF\_{2}}=\frac{n−0}{m−\sqrt[ ]{3}}=−\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}\\\frac{m+\sqrt[ ]{3}}{2}·\sqrt[ ]{3}−\frac{n+0}{2}=0\end{matrix}\right.,$
易得$m=−\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，$n=\frac{3}{2}$．
所以$|F\_{1}Q|=\sqrt[ ]{(−\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}+\sqrt[ ]{3})^{2}+(\frac{3}{2}−0)^{2}}=\sqrt[ ]{3}$，
$|OQ|=\sqrt[ ]{(−\frac{\sqrt[ ]{3}}{2})^{2}+(\frac{3}{2})^{2}}=\sqrt[ ]{3}$，$|OF\_{1}|=\sqrt[ ]{3}$．
则$△QOF\_{1}$为正三角形，故*D*选项正确．
故选*ABD*．

13.【答案】$(−\infty ,−1]∪[6,+\infty )$

【解析】【分析】

本题主要考查直线的斜率公式，属于基础题．

由题意利用直线的斜率公式，求得直线$PA$的斜率、直线$PB$的斜率，可得直线$l$的斜率$k$的取值范围．

【解答】
解：已知$P(2,7)$，$A(1,1)$，$B(4,5)$，
：
 $k\_{PA}=\frac{7−1}{2−1}=6$，$k\_{PB}=\frac{7−5}{2−4}=−1$，
由于直线$l$与线段$AB$总有公共点，
由图可知直线$l$的斜率$k$满足$k⩾k\_{PA}$或$k⩽k\_{PB}$，
所以$k$的取值范围为$(−\infty ,−1]∪[6,+\infty )$．
故答案为$(−\infty ,−1]∪[6,+\infty )$．

14.【答案】$1$或$7$

【解析】【分析】

本题考查直线与圆的位置关系的判断，点到直线的距离，属于基础题．
根据题干条件得到圆心$C$到直线$l$：$ax−y+2−a=0$的距离为$\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}r$，利用点到直线距离公式列出方程，求出实数$a$的值．

【解答】

解：由题意，得圆心$C(3,1)$，半径$r=3$且$∠ACB=90°$，

则圆心$C$到直线$l$：$ax−y+2−a=0$的距离为$\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}r$，

则$\frac{|2a+1|}{\sqrt[ ]{a^{2}+1}}=\frac{3\sqrt[ ]{2}}{2}$，解得：$a=1$或$a=7$．

故答案为：$1$或$7$．

15.【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】【分析】

本题考查了椭圆的几何性质，正弦定理，余弦定理和三角形面积公式，属于较难题．
在$△F\_{1}PF\_{2}$中，利用正弦定理：$2R=\frac{\left|F\_{1}F\_{2}\right|}{sin∠F\_{1}PF\_{2}}$，求得$R=\frac{2\sqrt[ ]{3}}{3}c$，$r=\frac{1}{4}R=\frac{\sqrt[ ]{3}}{6}c$，设$\left|PF\_{1}\right|=m,\left|PF\_{2}\right|=n$，再利用余弦定理求得$mn$，然后由$S\_{▵F\_{1}PF\_{2}}=\frac{1}{2}mnsin\frac{π}{3}=\frac{1}{2}\left(m+n+2c\right)r$求解．

【解答】

解：椭圆的焦点为$F\_{1}\left(−c,0\right),F\_{2}\left(c,0\right),\left|F\_{1}F\_{2}\right|=2c$，

在$△F\_{1}PF\_{2}$中，由正弦定理得：$2R=\frac{\left|F\_{1}F\_{2}\right|}{sin∠F\_{1}PF\_{2}}=\frac{2c}{sin\frac{π}{3}}=\frac{4\sqrt[ ]{3}}{3}c$，

解得$R=\frac{2\sqrt[ ]{3}}{3}c$，$r=\frac{1}{4}R=\frac{\sqrt[ ]{3}}{6}c$，

设$\left|PF\_{1}\right|=m,\left|PF\_{2}\right|=n$，

在$△F\_{1}PF\_{2}$中，由余弦定理得：$4c^{2}=m^{2}+n^{2}−2mncos\frac{π}{3}=\left(m+n\right)^{2}−3mn$，

解得$mn=\frac{4\left(a^{2}−c^{2}\right)}{3}$，

所以$S\_{△F\_{1}PF\_{2}}=\frac{1}{2}mnsin\frac{π}{3}=\frac{\sqrt[ ]{3}\left(a^{2}−c^{2}\right)}{3}$，

又$S\_{▵F\_{1}PF\_{2}}=\frac{1}{2}\left(m+n+2c\right)r=\frac{\sqrt[ ]{3}c\left(a+c\right)}{6}$，

所以$\frac{\sqrt[ ]{3}\left(a^{2}−c^{2}\right)}{3}=\frac{\sqrt[ ]{3}c\left(a+c\right)}{6}$，

整理得$2a^{2}−3c^{2}−ac=0$，即$3e^{2}+e−2=0$，

解得$e=\frac{2}{3}$或$e=−1($舍去$)$

故答案为：$\frac{2}{3}$．

16.【答案】$y=\pm \frac{4}{3}x$

【解析】【分析】

本题考查了直线与双曲线的位置关系，直线与圆的位置关系以及双曲线的渐近线问题，属于拔高题．
连接$OT$，连接$PF\_{2}$，作出图形，可得$|MO|−|MT|=\frac{1}{2}|PF\_{2}|−\left(\frac{1}{2}|PF\_{1}|−|F\_{1}T|\right)$，再由$|MO|+|MT|+|TO|=4a$，求出$|MT|$，$|MO|$，在$Rt△OTM$中，根据勾股定理即可求解，本题解题的关键是根据双曲线的定义求出$|MO|$、$|MT|$，考查了基本运算求解能力．

【解答】

解：连接$OT$，则$OT⊥F\_{1}T$，作出图形如下所示：


在直角三角形$OTF\_{1}$中，$|F\_{1}T|=\sqrt[ ]{OF\_{1}^{2}−OT^{2}}=\sqrt[ ]{c^{2}−a^{2}}=b$．

设双曲线的右焦点为$F\_{2}$，连接$PF\_{2}$，$M$为线段$F\_{1}P$的中点，$O$为坐标原点，所以$OM=\frac{1}{2}PF\_{2}$，
所以$|MO|−|MT|=\frac{1}{2}|PF\_{2}|−\left(\frac{1}{2}|PF\_{1}|−|F\_{1}T|\right)$

$=\frac{1}{2}(|PF\_{2}|−|PF\_{1}|)+b=\frac{1}{2}×(−2a)+b=b−a$．

又$|MO|+|MT|+|TO|=4a$，即$|MO|+|MT|=3a$，

故$|MO|=\frac{b+2a}{2}$，$|MT|=\frac{4a−b}{2}$，

在$Rt△OTM$中，由勾股定理可得$a^{2}+(\frac{4a−b}{2})^{2}=(\frac{b+2a}{2})^{2}$，

$\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$，所以渐近线方程为$y=\pm \frac{4}{3}x.$

故答案为：$y=\pm \frac{4}{3}x.$

17.【答案】解：$($Ⅰ$)$由已知有：$l\_{1}$：$y−2=−2(x−1)$，

得，$l\_{1}$方程：$y=−2x+4$，

当$x=0$，$y=4$；当$y=0$，$x=2$，

$∴A(2,0)$，$B(0,4)$；

$($Ⅱ$)$设$A$关于$l\_{2}$的对称点为$A′$，$A′(x\_{1},y\_{1})$

依题意有$\left\{\begin{matrix}\frac{y\_{1}−0}{x\_{1}−2}=1\\\frac{y\_{1}+0}{2}=−\frac{x\_{1}+2}{2}−1\end{matrix}\right.,$

解得$\left\{\begin{matrix}x\_{1}=−1\\y\_{1}=−3\end{matrix}\right.$，

$∴A′(−1,−3)$，$∴k\_{BA′}=\frac{−3−4}{−1}=7$，

$∴$反射光线所在直线的方程即直线$A′B$方程为$y=7x+4$，

$∴|BA′|=\sqrt[ ]{(−1−0)^{2}+(−3−4)^{2}}=5\sqrt[ ]{2}$．

$∴$这条光线从$A$点到$B$点经过的路程为$5\sqrt[ ]{2}$．

【解析】本题考查点关于直线对称的点的坐标，直线的点斜式方程，斜截式方程，两点间的距离公式，考查运算化简的能力，属于中档题．
$($Ⅰ$)$利用点斜式求得直线$AB$的解析式，然后利用解析式求得点$A$、$B$的坐标即可．
$($Ⅱ$)$根据对称的性质，求得点$A$关于直线$l\_{2}$：$y=−x−1$对称的点$A′$，则可求得直线$BA′$的方程即反射光线方程，线段$A′B$的长，即是这条光线从点$A$到点$B$经过的路程．

18.【答案】解：$(1)$圆$M:x^{2}+y^{2}−2x+4y+4=0$化为标准方程$(x−1)^{2}+(y+2)^{2}=1$，
圆心坐标为$(1,−2)$，半径为$1$，
$\frac{a+b−1}{a}=1+\frac{b−1}{a}=1+\frac{b−1}{a−0}$，
$\frac{b−1}{a−0}$的几何意义为圆$M$上的点$C$与点$(0,1)$连线的斜率，
设$k=\frac{b−1}{a−0}$，则过点$(0,1)$，斜率为$k$的直线为$y=kx+1$，即$kx−y+1=0$，
直线与圆$M$有公共点，则有$\frac{|k+3|}{\sqrt[ ]{1+k^{2}}}\leq 1$，解可得$k\leq −\frac{4}{3}$，
故$\frac{a+b−1}{a}=1+\frac{b−1}{a}\leq −\frac{1}{3}$所以$\frac{a+b−1}{a}$的最大值为$−\frac{1}{3}$．
$(2)(a−5)^{2}+(b−1)^{2}$的几何意义为圆$M$上点$C$到定点$(5,1)$的距离的平方，
点$M$到$(5,1)$的距离为$\sqrt[ ]{(1−5)^{2}+(−2−1)^{2}}=5$，
$∴(a−5)^{2}+(b−1)^{2}$的最小值为$(5−1)^{2}=16$．

【解析】本题考查直线与圆的位置关系，与圆有关的最值问题，直线斜率公式的应用，点到直线的距离公式，属于中档题．
$(1)$将原式化为$1+\frac{b−1}{a−0}$，转化为圆$M$上的点$C$与点$(0,1)$连线的斜率问题即可．
$(2)$原式的几何意义为圆$M$上点到定点$(5,1)$的距离的平方，再求取圆心到定点$(5,1)$的距离，最后减去半径即为圆上点到定点距离最小值，再将其平方即为距离平方的最小值．

19.【答案】解：$(1)$由题意有$\left\{\begin{matrix}\frac{5}{a^{2}}−\frac{1}{4b^{2}}=1\\\frac{8}{a^{2}}−\frac{1}{b^{2}}=1\end{matrix}\right.⇒\left\{\begin{matrix}a=2\\b=1\end{matrix}\right.′$
故所求的双曲线方程为$\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1;$
$(2)$由题意知，直线$l$的斜率存在，
设点$A(x\_{1},y\_{1})$、$B(x\_{2},y\_{2})$．
设直线$l$的方程为$y=k(x−\sqrt[ ]{5})$，
联立方程$\left\{\begin{matrix}\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1\\y=k(x−\sqrt[ ]{5})\end{matrix}\right.,$
消去$y$整理得$\left(1−4k^{2}\right)x^{2}+8\sqrt[ ]{5}k^{2}x−(20k^{2}+4)=0$，
则$x\_{1}+x\_{2}=\frac{8\sqrt[ ]{5}k^{2}}{4k^{2}−1}=−4\sqrt[ ]{5}$，
解得$k=\pm \frac{\sqrt[ ]{6}}{6}$，满足直线与双曲线相交，
因此，直线$l$的方程为$y=\pm \frac{\sqrt[ ]{6}}{6}\left(x−\sqrt[ ]{5}\right)$．

【解析】本题考查了双曲线方程的求法以及直线和双曲线之间的关系．
$(1)$将点$\left(\sqrt[ ]{5},\frac{1}{2}\right)$、$\left(2\sqrt[ ]{2},−1\right)$的坐标代入双曲线$C$的方程，求出$a$、$b$的值，即可得出双曲线$C$的标准方程；
$(2)$由题意知，直线$l$的斜率存在，设点$A\left(x\_{1},y\_{1}\right)$、$B\left(x\_{2},y\_{2}\right)$，并设直线$l$的方程为$y=k\left(x−\sqrt[ ]{5}\right)$，将直线$l$的方程与双曲线的方程联立，结合韦达定理求出$k$的值，即可得出直线$l$的方程．

20.【答案】解：$(1)$依题意$\left\{\begin{matrix}\frac{16}{a^{2}}+\frac{1}{b^{2}}=1\\\begin{matrix}^{2}−b^{2}=c^{2}\\\frac{c}{a}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}\end{matrix}\end{matrix}\right.,$
解得$a^{2}=20$，$b^{2}=5$，$c^{2}=15$，
故椭圆$C$的方程为$\frac{x^{2}}{20}+\frac{y^{2}}{5}=1$；
$(2)$设$P(x\_{1},y\_{1})$， $Q(x\_{2},y\_{2})$ ，
将$y=x+m$代入$\frac{x^{2}}{20}+\frac{y^{2}}{5}=1$，整理得$5x^{2}+8mx+4m^{2}−20=0$，
$Δ=(8m)^{2}−20(4m^{2}−20)>0$，解得$−5<m<5$，且$m\ne −3$，
故$x\_{1}+x\_{2}=−\frac{8m}{5}$， $x\_{1}x\_{2}=\frac{4m^{2}−20}{5}$，
则$k\_{1}+k\_{2}=\frac{y\_{1}−1}{x\_{1}−4}+\frac{y\_{2}−1}{x\_{2}−4}=\frac{\left(y\_{1}−1\right)\left(x\_{2}−4\right)+\left(y\_{2}−1\right)\left(x\_{1}−4\right)}{\left(x\_{1}−4\right)\left(x\_{2}−4\right)}$
$=\frac{\left(x\_{1}+m−1\right)\left(x\_{2}−4\right)+\left(x\_{2}+m−1\right)\left(x\_{1}−4\right)}{\left(x\_{1}−4\right)\left(x\_{2}−4\right)}$，
而$(x\_{1}+m−1)(x\_{2}−4)+(x\_{2}+m−1)(x\_{1}−4)$
$$=2x\_{1}x\_{2}+(m−5)(x\_{1}+x\_{2})−8(m−1)$$

$=\frac{2\left(4m^{2}−20\right)}{5}−\frac{8m\left(m−5\right)}{5}−8\left(m−1\right)=0$，
故$k\_{1}+k\_{2}$为定值，该定值为$0$．

【解析】本题考查了椭圆的方程与性质，直线与椭圆的位置关系，属于中档题．
$(1)$由题意列出关于$a$，$b$，$c$的方程组，求出$a^{2}$，$b^{2}$即可；
$(2)$将直线$l$方程与椭圆方程联立，利用根与系数的关系及斜率公式，即可求得$k\_{1}+k\_{2}=0$．

21.【答案】解：$(1)$设$Q(x\_{0},4)$，根据抛物线的定义可得$\left|QF\right|=x\_{0}+\frac{p}{2}$．

因为$QP⊥y$轴于点$P$，所以$|QP|=x\_{0}$，又$\left|QP\right|=\frac{1}{2}\left|QF\right|$，所以$x\_{0}=\frac{1}{2}\left(x\_{0}+\frac{p}{2}\right)$，则$x\_{0}=\frac{p}{2}$，

所以$Q\left(\frac{p}{2},4\right)$，由$Q$在抛物线$C$上，得$16=2×p×\frac{p}{2}$，解得$p=4$，所以抛物线$C$的方程为$y^{2}=8x$．

$(2)$易知点$M\left(\frac{1}{2},−2\right)$在抛物线$y^{2}=8x$上．

设直线$AB$的方程为$x=my+n$，$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，

由$\left\{\begin{matrix}x=my+n,\\y^{2}=8x,\end{matrix}\right.$得$y^{2}−8my−8n=0$，

$y\_{1}+y\_{2}=8m$，$y\_{1}·y\_{2}=−8n$，

$$k\_{AM}+k\_{BM}=\frac{y\_{1}+2}{x\_{1}−\frac{1}{2}}+\frac{y\_{2}+2}{x\_{2}−\frac{1}{2}}=\frac{y\_{1}+2}{\frac{y\_{1}^{2}}{8}−\frac{1}{2}}+\frac{y\_{2}+2}{\frac{y\_{2}^{2}}{8}−\frac{1}{2}}$$

$=\frac{8}{y\_{1}−2}+\frac{8}{y\_{2}−2}=\frac{8\left(y\_{1}+y\_{2}\right)−32}{y\_{1}y\_{2}−2\left(y\_{1}+y\_{2}\right)+4}=\frac{64m−32}{−8n−16m+4}=−\frac{8}{5}$，

所以$(64m−32)×5=(8n+16m−4)×8$，整理得$n=3m−2$．

将$n=3m−2$代入$x=my+n$得$x=my+3m−2$，即$x+2=m(y+3)$．

所以直线$AB$恒过定点$(−2,−3)$．

【解析】思路分析

$(1)$设$Q(x\_{0},4)$，根据条件可得$x\_{0}=\frac{1}{2}\left(x\_{0}+\frac{p}{2}\right)$，即$x\_{0}=\frac{p}{2}$，代入抛物线方程，即可求出答案；

$(2)$设直线$AB$的方程为$x=my+n$，$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，将$x=my+n$与$y^{2}=8x$联立可得$y\_{1}+y\_{2}=8m$，$y\_{1}·y\_{2}=−8n$，根据$k\_{AM}+k\_{BM}=−\frac{8}{5}$，可得$n=3m−2$，从而证得直线$AB$过定点．

22.【答案】解：$(1)$设$M(m,y\_{m})$，$N(m,−y\_{m})$，依题意得$A\_{1}(−2,0)$，$A\_{2}(2,0)$，
$∴$直线$A\_{1}M:y=\frac{y\_{m}}{m+2}(x+2)$，直线$A\_{2}N:y=\frac{−y\_{m}}{m−2}(x−2)$，
联立可得$\frac{y\_{m}}{m+2}(x+2)=\frac{−y\_{m}}{m−2}(x−2)⇒(m−2)(x+2)=(m+2)(2−x)$，
解得$x=\frac{4}{m}$，$y=\frac{2y\_{m}}{m}$，$∴P(\frac{4}{m},\frac{2y\_{m}}{m})$，
$∵\frac{m^{2}}{4}+y\_{m}^{2}=1$，$∴y\_{m}^{2}=1−\frac{m^{2}}{4}$，
$∴y\_{P}^{2}=\frac{4y\_{m}^{2}}{m^{2}}=\frac{4−m^{2}}{m^{2}}=\frac{4}{m^{2}}−1=\frac{x\_{P}^{2}}{4}−1$，
即$\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1$，
$∵0<m<2$，$x\_{p}=\frac{4}{m}$，$∴x\_{P}>2$，
$∴P$点的轨迹方程为$\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1(x>2)$；
$(2)∵k\_{A\_{1}P}=\frac{y\_{m}}{m+2}$，$∴|PA\_{1}|=\sqrt[ ]{1+(\frac{y\_{m}}{m+2})^{2}}⋅|x\_{P}+2|$，$|PM|=\sqrt[ ]{1+(\frac{y\_{m}}{m+2})^{2}}·\left|x\_{P}−m\right|$，
同理可得$|PA\_{2}|=\sqrt[ ]{1+(\frac{−y\_{m}}{m−2})^{2}}·\left|x\_{P}−2\right|$，$|PN|=\sqrt[ ]{1+(\frac{−y\_{m}}{m−2})^{2}}·\left|x\_{P}−m\right|$，
$∵x\_{P}>2>m$，
$$∴\frac{|PA\_{1}|⋅|PM|}{|PA\_{2}|⋅|PN|}=\frac{[1+(\frac{y\_{m}}{m+2})^{2}](x\_{P}+2)(x\_{P}−m)}{[1+(\frac{−y\_{m}}{m−2})^{2}](x\_{P}−2)(x\_{P}−m)}=\frac{[1+\frac{1−\frac{m^{2}}{4}}{(m+2)^{2}}](\frac{4}{m}+2)}{[1+\frac{1−\frac{m^{2}}{4}}{(m−2)^{2}}](\frac{4}{m}−2)}$$

$=\frac{[1+\frac{(2−m)(2+m)}{4(m+2)^{2}}]×\frac{2m+4}{m}}{[1+\frac{(2−m)(2+m)}{4(m−2)^{2}}]×\frac{4−2m}{m}}=\frac{\frac{3m+10}{2m}}{\frac{10−3m}{2m}}=\frac{10+3m}{10−3m}=1+\frac{6}{\frac{10}{m}−3}$，
$∵0<m<2$，$∴\frac{10}{m}−3>2$，$∴0<\frac{6}{\frac{10}{m}−3}<3$，
$∴1<1+\frac{6}{\frac{10}{m}−3}<4$，
故$\frac{|PA\_{1}|⋅|PM|}{|PA\_{2}|·|PN|}\in (1,4)$．

【解析】本题考查与双曲线有关的轨迹问题，考查直线与双曲线的位置关系及其应用，属于较难题．
$(1)$ 设$M(m,y\_{m})$，$N(m,−y\_{m})$，依题意得$A\_{1}(−2,0)$，$A\_{2}(2,0)$， 求得直线$A\_{1}M:y=\frac{y\_{m}}{m+2}(x+2)$，直线$A\_{2}N:y=\frac{−y\_{m}}{m−2}(x−2)$，联立化简即可求得$P$点的轨迹方程$;$
$(2)$由条件可得$|PA\_{1}|=\sqrt[ ]{1+(\frac{y\_{m}}{m+2})^{2}}⋅|x\_{P}+2|$，$|PM|=\sqrt[ ]{1+(\frac{y\_{m}}{m+2})^{2}}|x\_{P}−m|$，$|PA\_{2}|=\sqrt[ ]{1+(\frac{−y\_{m}}{m−2})^{2}}|x\_{P}−2|$，$|PN|=\sqrt[ ]{1+(\frac{−y\_{m}}{m−2})^{2}}|x\_{P}−m|$，代入$\frac{|PA\_{1}|⋅|PM|}{|PA\_{2}|·|PN|}$化简计算即可求得结果．