

江苏省仪征中学 2023-2024 学年度第二学期高二数学练习题 2

一、单选题（本大题共 6 小题，共 30.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 过点 $A(3, -1)$ 且与直线 $x + 2y - 3 = 0$ 垂直的直线方程是 ()

- A. $x + 2y + 1 = 0$ B. $x + 2y - 1 = 0$ C. $2x - y + 7 = 0$ D. $2x - y - 7 = 0$

2. 两圆 $x^2 + y^2 + 2ax + 2ay + 2a^2 - 1 = 0$ 与 $x^2 + y^2 + 2bx + 2by + 2b^2 - 2 = 0$ 的公共弦长的最大值是 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1

3. 若直线 $x - y + 1 = 0$ 与圆 $(x - a)^2 + y^2 = 2$ 有公共点，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-3, -1]$ B. $[-1, 3]$
C. $[-3, 1]$ D. $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

4. 椭圆 $\frac{x^2}{m^2+1} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$ 的焦点为 F_1, F_2 ，与 y 轴的一个交点为 A ，若 $\angle F_1AF_2 = \frac{\pi}{3}$ ，则 $m =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

5. 直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不同交点的一个必要不充分条件是 ()

- A. $0 < m < 1$ B. $-4 < m < 0$ C. $m < 1$ D. $-3 < m < 1$

6. 在直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0, -1)$ ， $B(2, 0)$ ，过 A 的直线交 x 轴于点 $C(a, 0)$ ，若直线 AC 的倾斜角是直线 AB 倾斜角的 2 倍，则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

7. 关于 x, y 的方程 $x^2 + y^2 + 4mx - 2y + 5m = 0$ ，下列说法正确的为 ()

- A. 若方程表示圆，则实数 m 的取值范围为 $m < \frac{1}{4}$
B. 若方程表示圆，则所表示的圆的圆心一定在直线 $y = 1$ 上
C. 若方程不表示任何图形，则 $-\frac{1}{4} < m < 1$
D. 若方程表示圆，且该圆与 x 轴的两个交点位于原点的两侧，则 $m < 0$

8. 下列说法正确的是 ()

- A. 点 $(2, 0)$ 关于直线 $y = x + 1$ 的对称点为 $(-1, 3)$
B. 过 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 两点的直线方程为 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

C. 经过点(1,1)且在 x 轴和 y 轴上截距都相等的直线方程为 $x + y - 2 = 0$ 或 $x - y = 0$

D. 直线 $x - y - 4 = 0$ 与两坐标轴围成的三角形的面积是 8

9. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{m} = 1$ 的焦距是 $2\sqrt{3}$, 则 m 的值可能是 ()

A. $\sqrt{13}$

B. 13

C. $\sqrt{19}$

D. 19

10. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名, 他发现: 平面内到两个定点 A 、 B 的距离之比为定值 $\lambda (\lambda \neq 1)$ 的点所形成的图形是圆. 后来, 人们将这个圆以他的名字命名, 称为阿波罗尼斯圆, 简称阿氏圆.

已知在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-2,0)$ 、 $B(4,0)$, 点 P 满足 $\frac{PA}{PB} = \frac{1}{2}$, 设点 P 所构成的曲线为 C , 下列结论正确的是 ()

A. C 的方程为 $(x + 4)^2 + y^2 = 16$

B. 在 C 上存在点 D , 使得 $|AD| = 1$

C. 在 C 上存在点 M , 使 M 在直线 $x + y - 2 = 0$ 上

D. 在 C 上存在点 N , 使得 $|NO|^2 + |NA|^2 = 4$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

11. 已知 P , Q 分别为圆 $M: (x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 与圆 $N: (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 上的动点, A 为 x 轴上的动点, 则 $|AP| + |AQ|$ 的最小值为_____.

12. 点 $P(x, y)$ 在直线 $x + y - 4 = 0$ 上, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值是_____.

13. 阿波罗尼斯(约公元前 262 - 190 年)证明过这样一个命题: 平面内到两定点距离之比为常数 $k (k > 0, k \neq 1)$ 的点的轨迹是圆, 后人将此圆称为阿氏圆, 若平面内两定点 A 、 B 间的距离为 4, 动点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = \sqrt{3}$, 则动点 P 的轨迹所围成的图形的面积为_____; $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 最大值是_____.

14. 圆 $C_1: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 交于 A, B 两点, 则过 A, B 两点的直线方程为_____, A, B 两点间的距离为_____.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 共 48.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题 12.0 分)

已知圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2x + 10y - 24 = 0$ 相交于 A, B 两点.

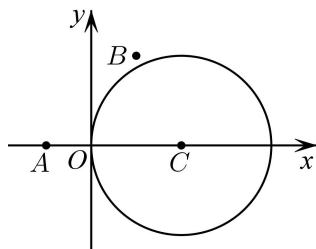
(1) 求公共弦 AB 的长;

(2) 求圆心在直线 $y = -x$ 上, 且过 A, B 两点的圆的方程;

(3) 求经过 A, B 两点且面积最小的圆的方程.

16. (本小题 12.0 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 及点 $A(-1,0)$ ， $B(1,2)$.



(1)若直线 l 平行于 AB ，与圆 C 相交于 M ， N 两点，且 $MN = AB$ ，求直线 l 的方程；

(2)圆 C 上是否存在点 P ，使得 $PA^2 + PB^2 = 12$?若存在，求点 P 的个数；若不存在，请说明理由.

17. (本小题 12.0 分)

已知方程 $x^2 + y^2 - 2mx - 4y + 5m = 0$ 的曲线是圆 C .

(1)求 m 的取值范围；

(1)当 $m = -2$ 时，求圆 C 截直线 $l: 2x - y + 1 = 0$ 所得弦长.

18. (本小题 12.0 分)

已知直线 l_1 的方程为 $x + 2y - 4 = 0$ ，直线 l_2 在 x 轴上的截距为 $\frac{3}{2}$ ，且 $l_1 \perp l_2$ ．

(1)求直线 l_1 与 l_2 的交点坐标；

(2)若直线 l_3 经过 l_1 与 l_2 的交点，且在两坐标轴上的截距相等，求 l_3 的方程．