

## 高二年级 9 月联考

### 数 学 试 题

命题人：陆金贵

审核人：李军焰

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知过两点  $(m,1)$  和  $(-m,1-\sqrt{3})$  的直线的倾斜角为  $\frac{2\pi}{3}$ ，则实数  $m$  的值为 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $-\frac{1}{2}$                       D. -1
2. “ $a=-1$ ”是直线  $l_1:(a-2)x-y+a+3=0$ ， $l_2:3x-ay+2a^2=0$  平行的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
3. 已知平面上三点坐标为  $A(2,-1)$ ， $B(0,2)$ ， $C(1,0)$ ，小明在点  $B$  处休息，一只小狗沿  $AC$  所在直线来回跑动，则小狗距离小明最近时所在位置的坐标为 ( )  
A.  $(-\frac{3}{8}, \frac{11}{8})$                       B.  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$                       C.  $(-\frac{5}{12}, \frac{19}{12})$                       D.  $(-\frac{3}{5}, \frac{7}{5})$
4. 已知两点  $A(1,3)$ ， $B(4,2)$ ，直线  $l:kx+y-3k-1=0$  线段  $AB$  相交，则  $k$  的取值范围是 ( )  
A.  $k \leq -1$  或  $k \geq 1$                       B.  $-1 \leq k \leq 1$                       C.  $k \leq 1$                       D.  $k \geq -1$
5. 已知向量  $\vec{a}=(\cos \theta, \sin \theta)$ ， $\vec{b}=(2,1)$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则  $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) =$  ( )  
A. -3                      B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D. 3
6. 已知  $A(1,0)$ 、 $B(3,2\sqrt{3})$ ，若  $A$  与  $B$  到直线  $l$  的距离都为 2，则满足条件的直线  $l$  有 ( )  
A. 1 条                      B. 2 条                      C. 3 条                      D. 4 条
7. 直线  $4x+3y-12=0$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ ， $B$  两点，则  $\angle BAO$  ( $O$  为坐标原点) 的角平分线所在直线的方程为 ( )  
A.  $2x-y-6=0$                       B.  $x+2y-3=0$   
C.  $x+2y+3=0$                       D.  $2x-y-6=0$  或  $x+2y-3=0$
8. 设  $m \in \mathbb{R}$ ，过定点  $A$  的动直线  $x+my+1=0$  和过定点  $B$  的动直线  $mx-y-2m+3=0$  交于点  $P(x,y)$ ，则  $|PA|+|PB|$  的最大值为 ( )  
A.  $2\sqrt{5}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C. 3                      D. 6

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是 ( )

- A. 经过定点  $P(x_0, y_0)$  斜率存在的直线才可以用方程  $y - y_0 = k(x - x_0)$  表示
- B. 过点  $(-1, 2)$  且与直线  $2x - y + 1 = 0$  平行的直线的方程为  $2x - y + 4 = 0$
- C. 经过点  $(1, 1)$  且在  $x$  轴和  $y$  轴上截距都相等的直线方程为  $x + y - 2 = 0$
- D. 将直线  $y = \sqrt{3}(x - 2)$  绕点  $(2, 0)$  按逆时针方向旋转  $60^\circ$  后所得直线方程的斜截式是

$$y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$$

10. 已知三条直线  $2x - 3y + 1 = 0$ ,  $4x + 3y + 5 = 0$ ,  $mx - y - 1 = 0$  不能构成三角形，则实数  $m$  的取值可以是 ( )

- A.  $-\frac{4}{3}$
- B.  $-\frac{2}{3}$
- C.  $\frac{2}{3}$
- D. 2

11. 下列结论正确的是 ( )

- A. 直线  $Ax + By + C = 0$  的斜率为  $-\frac{A}{B}$
- B. 点  $(5, 0)$  关于直线  $2x - y = 0$  的对称点的坐标为  $(-3, 4)$
- C. 原点到直线  $kx + (2k + 1)y - 3k - 1 = 0$  的距离的最大值为  $\sqrt{2}$
- D. 若直线  $ax + y + 1 = 0$  与直线  $4x + ay + 2 = 0$  平行，则它们的距离为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

12. 对于直角坐标平面内的任意两点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ，定义它们之间的一种“距离”：

$$\|AB\| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|, \text{ 则下列说法正确的是 ( )}$$

- A. 若点  $C$  是线段  $AB$  的中点，则  $\|AB\| = 2\|AC\|$
- B. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle C = 90^\circ$ ，则  $\|AC\|^2 + \|CB\|^2 = \|AB\|^2$
- C. 在  $\triangle ABC$  中， $\|AC\| + \|CB\| \geq \|AB\|$
- D. 在正方形  $ABCD$  中，有  $\|AB\| = \|BC\|$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分。

13. 已知平面向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  都是单位向量，且满足  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = -1$  则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $\theta =$ \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。若  $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ ，  
则  $\cos A =$ \_\_\_\_\_.

15. 唐代诗人李颀的诗《古从军行》开头两句说：“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河。”诗中隐含着有一个有趣的数学问题——“将军饮马”问题，即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发，先到河边饮马后再回到军营，怎样走才能使总路程最短？在平面直角坐标系中，设军营所在位置为  $B(-1, -4)$ ，若将军从点  $A(-1, 2)$  处出发，河岸线所在直线方程为  $x+y=3$ 。则“将军饮马”的最短总路程为\_\_\_\_\_。

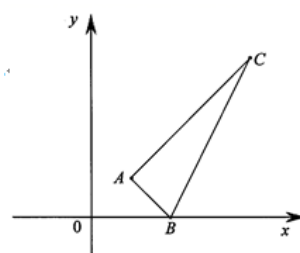
16. 在  $\triangle ABC$  中， $D, E$  分别是边  $AC, AB$  的中点，若  $BD \perp CE$ ，且  $AC > AB$ ，则  $\cos A$  的取值范围为\_\_\_\_\_。

四、解答题：本题共6小题，共计70分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分) 已知  $\triangle ABC$  的三个顶点  $A(1, 1)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(4, 4)$ 。

(1) 求  $BC$  边上垂直平分线所在直线的方程；

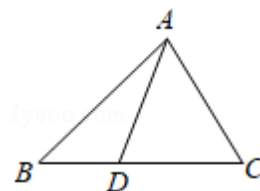
(2) 求  $\triangle ABC$  的面积。



18. (12分) 在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，且  $c = b \cos A + a \sin B$ 。

(1) 求  $B$  的值；

(2) 若  $D$  为  $BC$  上一点， $BD=1$ ， $\cos \angle CDA = \frac{3}{5}$ ，求  $\triangle ABD$  的面积。



19. (12分) 设直线  $l$  的方程为  $(a+1)x + y + 2 - a = 0 (a \in \mathbf{R})$

(1) 若  $l$  在两坐标轴上的截距相等，求直线  $l$  的方程；

(2) 若  $l$  不经过第二象限，求实数  $a$  的取值范围；

(3) 若直线  $l$  交  $x$  轴正半轴于点  $A$ ，交  $y$  轴负半轴于点  $B$ ， $\triangle AOB$  的面积为  $S$ ，求  $S$  的最小值并求此时直线  $l$  的方程。

20. (12分) 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $A(0, 1)$ ， $AB$  边上的高  $CD$  所在直线的方程为  $x + y - 2 = 0$ ，

$AC$  边上的中线  $BE$  所在直线的方程为  $3x + y - 5 = 0$ 。

(1) 求点  $B$  的坐标；

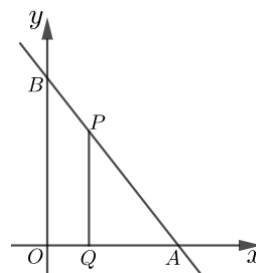
(2) 求直线  $BC$  的方程。

21. (12 分) 如图直线  $l$  过点  $(3, 4)$ , 与  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点,  $\triangle AOB$  的面积为 24. 点  $P$  为线段  $AB$  上一动点, 且  $PQ \parallel OB$  交  $OA$  于点  $Q$ .

(1) 求直线  $AB$  斜率的大小;

(2) 若  $\triangle APQ$  的面积  $S_{\triangle APQ}$  与四边形  $OQPB$  的面积  $S_{OQPB}$  满足:  $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{3} S_{OQPB}$  时, 请你确定  $P$  点在  $AB$  上的位置, 并求出线段  $PQ$  的长;

(3) 在  $y$  轴上是否存在点  $M$ , 使  $\triangle MPQ$  为等腰直角三角形, 若存在, 求出点  $M$  的坐标; 若不存在, 说明理由.



22. (12 分) 如图, 平面直角坐标系内,  $O$  为坐标原点, 点  $A$  在  $x$  轴正半轴上, 点  $B$  在第一象限内,  $\angle AOB = 60^\circ$ .

(1) 若  $AB$  过点  $M(4, \sqrt{3})$ , 且  $M$  为线段  $AB$  的中点, 求直线  $AB$  的方程;

(2) 若  $|AB| = 6$ , 求  $\triangle OAB$  的面积取得最大值时直线  $AB$  的方程;

(3) 设  $|OA| = a$ ,  $|OB| = b$ , 若  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 求证: 直线  $AB$  过一定点, 并求出此定点的坐标.

