

以题点知,以题悟法

— 数学一轮复习策略

广东省广州市第八十九中学 (510520) 卢伟山

本文结合多年备考经验,拟从以题点知(知识点)和以题悟法(基本方法)两个角度来分析如何精准选题,高效备考.

一现行一轮复习的现状思考

第一轮复习中,学生掌握的仍然是零碎的各章节知识点,甚至本章节的知识点间都是割裂的,复习内容显得泛化,没有进行纵向或横向的联系,加之一轮复习的时间又冗长,会出现一个复习怪圈:复习完这章节知识,忘记了前章节的内容,复习完这个知识点,忘记了前一个知识点.此外,由于是“碎片式的”复习知识点,基本方法,不能形成全面性的,系统性的理解,也就缺少知识点间的关联分析,更不能较灵活的应对综合类题目,造成一轮复习的效果有限.必将进一步影响到第二轮的专题复习,演变成倍功半的复习.如何让一轮能破解上述困境?使得高三一轮复习更高效?

二以题点知(知识点)、以题悟法(基本方法)的复习策略

2.1 以题点知(知识点),提升学生对知识点联系的理解能力.

基于一的分析,就要求我们教师站在更高的角度,对知识进行重组,帮助学生构建较完善的知识网络和方法架构.所以,高三一轮复习的时候,笔者尝试将章节知识点间的进行纵向联系,精取融合多个知识点的综合类题目,以题点知(知识点).学生通过此类简单综合题能掌握知识点的关联,各个知识点的深化与拓展,熟知试题的呈现形式.让复习的知识点有效集群,使复习更高效,现撷取几例,简要分析如下.

典例 1 已知函数 $f(x) = 2\cos^2\omega x - 1 + 2\sqrt{3}\cos\omega x \sin\omega x$ ($0 < \omega < 1$), 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴.

(1) 求 ω 的值;

(2) 已知函数 $y = g(x)$ 的图象是由 $y = f(x)$ 图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍,然后再向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 单位长度得到的,若 $g\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{6}{5}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\sin\alpha$ 的值.

解析 (1) $f(x) = 2\cos^2\omega x - 1 + 2\sqrt{3}\cos\omega x \sin\omega x = \cos 2\omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x = 2\sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$. 由于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x) = 2\sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象的一条对称轴, 所以

$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{6}\right) = \pm 1$, 所以 $\frac{2\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$), 所以 $\omega = \frac{1}{2}$.

(2) 由 (1) 知 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 由题意可得: $g(x) = 2\sin\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{6}\right]$, 即 $g(x) = 2\cos\frac{1}{2}x$, 所以 $\sin\alpha = \sin\left[\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{6}\right] = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6} - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6} = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4\sqrt{3}-3}{10}$.

简析 本题解答覆盖了解三角函数的核心知识点:三角恒等变换的降幂公式,二倍公式;三角函数图像性质—对称轴,周期性,函数图像的平移;三角函数值的求法.这样设计例题能够使学生更全面的理顺三角函数知识点间的关联及了解综合知识考题的呈现形式,掌握知识之间的核心本质.

典例 2 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $c \sin A = \sqrt{3}a \cos C$.

(I) 求 C ;

(II) 若 $c = \sqrt{7}$, 且 $\sin C + \sin(B - A) = 3 \sin 2A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

解析 (1) 略; (2) 易将条件变形为: $\sin B \cos A = 3 \sin A \cos A$. 当 $\cos A = 0$ 时, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, 可得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc = \frac{7\sqrt{3}}{6}$. 当 $\cos A \neq 0$ 时, 有 $b = 3a$ ①, 所以 $a^2 + b^2 - ab = 7$ ②. 联立①②, 解得, $a = 1, b = 3$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. 综上, $\triangle ABC$ 的面积等于 $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ 或 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

简析 本题考查的内容覆盖解三角形中的正弦定理、余弦定理、以及面积的求法、还考查了解三角形两个较常用的“技巧”—由正弦定理得到的:“边化正弦,正弦化边”;还考查了诱导公式变形,两角和差的正弦公式,及分类讨论思想,大幅度提高了复习效率.

2.2 以题悟法(基本方法),提升学生对基本方法的应用能力.

高三的第一轮复习为第二轮专题复习的提升做好了准备.笔者以数列为例,选取了两个简单的综合性例题将求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 及前 n 项和 S_n 的基本方法进行串

联,将本章节所涉的解题方法都融于两题,数列所需掌握的基本方法讲解清楚,就能掌握和理解好数列通项和前 n 项和的求法.做到以题悟法.

典例4 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,且对于任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 都有 $a_{n+1}=a_n+a_1+n$,记 $b_n=\frac{1}{a_n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

解析 由已知条件可推得, $b_n=\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n^2+n}$,所以 $S_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=\frac{2n}{n+1}$.

简析 笔者根据一题选择题将其改编,此题很简洁,考点也非常清楚,学生能较快速的根据题意,先利用叠加法求出数列的通项公式,用裂项求和法求出数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n ,题目难度并不大,学生能从本题中感悟两个基本方法,两个方法的题目呈现样式,完成对数列的基本方法的理解.

典例5 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 n, a_n, S_n 成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 记 $b_n=a_n \cdot \log_2(a_n+1)$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

解析 (1) 因为 n, a_n, S_n 成等差数列,所以 $S_n+n=2a_n$ ①,又因为 $S_{n-1}+(n-1)=2a_{n-1}(n \geq 2)$ ②,① $\times$ ②得 $a_n+1=2a_n-2a_{n-1}$,即 $a_n=2a_{n-1}+1$,所以 $a_n+1=$

$2(a_{n-1}+1)(n \geq 2)$,又当 $n=1$ 时, $S_1+1=2a_1 \Rightarrow a_1=1$,所以 $a_1+1=2$,故数列 $\{a_n+1\}$ 是首项为2公比为2的等比数列, $a_n+1=2 \cdot 2^{n-1}=2^n$,即 $a_n=2^n-1$.

(2) 由(1)知,记 $K_n=1 \cdot 2+2 \cdot 2^2+3 \cdot 2^3+\cdots+n \cdot 2^n$ ①, $2K_n=1 \cdot 2^2+2 \cdot 2^3+3 \cdot 2^4+\cdots+n \cdot 2^{n+1}$ ②,①-②得 $-K_n=(1-n) \cdot 2^{n+1}-2$,所以 $K_n=(n-1) \cdot 2^{n+1}+2$,所以 $T_n=(n-1) \cdot 2^{n+1}+2-(1+2+3+\cdots+n)=(n-1) \cdot 2^{n+1}+2-\frac{n(n+1)}{2}$.

简析 本题将数列求通项公式的两种基本方法(构造法,作差法),以及求和的两种方法(错位相减法,分组求和法)进行了串联,综合典例4本例与典例5,就将数列的通项公式和数列求和的基本方法都复习到位,以及如何根据题意选择合适的方法,相对较完整的,系统性的呈现了数列通项及前 n 项和的基本方法,做到以题悟法.

三教学建议与再思考

笔者一直尝试用这种复习策略进行高三数学备考,精选综合各知识点的综合题,以题点知(知识点),帮助学生理顺好题目所涉及及所学章节的知识点;精选综合基本方法的综合题以题悟法(基本方法),帮助学生掌握好题目所涉及的基本方法.通过此类综合题练习,学生能少做题,多感知知识点,感悟基本方法,对所复习内容及方法做到融会贯通,能够提高复习的效果.

(上接第32页)学知识点,所以一方面,我们在课堂上要指导学生在审题(读图)后还需要层层深入思考,尽可能多的想到或找到“模式图”或与“题目条件”相关联的知识;另一方面,随着现代认知心理学的发生和发展,图式理论已不断得以丰富和完善,并被广泛用于阅读、理解等心理过程的研究.

4、从一些最基础、最基本、最简单的几何基本图形教学入手,尽量直观化,是图形概念接轨学生感知的重要途径,可以促使学生在头脑中快速形成各种基础知识的表象图形,有利于培养学生的组合与创新,以及从复杂问题中去分析、解决问题的能力.因为学生总是需要根据特定学习任务对他们意味着什么而投入到相应的学习活动中去的,不同的学习目标必然导致学习的客观要求与学生的主观意愿之间的不同相互作用.

5、成功的教学不仅需要热情,更需要“智慧”,重视基本图形教学,可以有效扩大记忆容量.有位哲人说过:“经验丰富的人读书用两只眼睛,一只眼睛看到纸面上的话,另一只眼睛就能看到纸背面的话.”我们对数学知识的学习如果离开了对其结构的认识和理解,那么就很难深刻的领会,更无

法灵活的运用知识解决问题,这种支离破碎的知识是没有生命力的,相反,如果我们把数学知识放在特定的知识结构中去考察,搞清它的前因后果,来龙去脉,这样组织过的知识不仅容易理解,也容易巩固,更为人们的记忆提供了便利.

6、当前,中考命题的指导思想是突出数学基础知识、基本技能和基本思想方法的考查,数形结合思想突出了直观思维,是对抽象思维的有力解释.课堂上,我们应尽可能给学生以数学的基本思想方法为指引,学会研究基本图形,并分析基本图形的特征,归纳基本图形的性质与判定,因为课堂是向未知方向挺进的旅程,随时都有可能发现意外的通道和美丽的图景,而不是一切都必须遵循固定线路而没有激情的行程.

参考文献

- [1] 12999 数学网, 2014、2015、2016、2017 年全国各地中考数学试卷 [J], 中考专栏.
- [2] 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》[S], 人民教育出版社, www.pep.com.cn.
- [3] 杰罗姆·西摩·布鲁纳, 教育过程 [M], 文化教育出版社, 1960 年.