

高考第一轮复习如何提高学生思维能力 ——以《集合》为例

江西赣县中学(341100) 廖慧敏

一、注重基础, 构建知识体系

一轮复习要对数学的基本概念、定义、公式、数学知识点的联系进行梳理, 掌握基本的解题思路和方法, 整合新旧知识间的联系, 构建合理的知识结构, 提高思维能力.

教学片断一

让学生对一下知识点进行梳理

1. 集合的概念

(1) 一定范围内某些____、____对象的全体构成一个____, 集合中的每一个对象称为该集合的____.

(2) 集合中元素的三个特性:____、____、____.

(3) 集合的表示方法:____、____、____等.

(4) 集合按含有元素的个数可分为____、____、____.

(5) 特别地, 自然数集记作____, 正整数集记作____或____, 整数集记作____, 有理数集记作____, 实数集记作____, 复数集记作____.

2. 两类关系

(1) 元素与集合的关系, 用____或____表示.

(2) 集合与集合的关系, 用____、____或____表示.

3. 集合的运算

(1) 全集: 如果集合 S 含有我们所研究的各个集合的全部元素, 那么这个集合就可以看作一个全集, 通常用 U 表示. 一切所研究的集合都是这个集合的____.

(2) 交集: 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素构成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记作____, 即 $A \cap B =$ ____.

(3) 并集: 由所有属于集合 A 或者属于集合 B 的元素构成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记作____, 即 $A \cup B =$ ____.

(4) 补集: 设 $A \subseteq S$, 由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的____, 记作____, 即____.

点评: 通过这几个题目, 对集合的概念进行梳理, 理解知识间的相互关系, 加深对知识的认识和理解.

二、借助错题资源, 揭示问题本质

面对学生错误的答案、错误的解法, 教师要耐心冷静地看待它, 引导学生思考为什么错了, 错在哪里, 思考错误的根

源, 提出防范措施, 揭示问题本质.

教学片断二

例1 已知集合 $A = \{m+2, 2m^2+m\}$, 若 $3 \in A$, 则 m 的值为____.

错解: 由题意得 $m+2=3$ 或 $2m^2+m=3$, 则 $m=1$ 或 $m=-\frac{3}{2}$.

正解: 由题意得 $m+2=3$ 或 $2m^2+m=3$, 则 $m=1$ 或 $m=-\frac{3}{2}$. 当 $m=1$ 时, $m+2=3$, $2m^2+m=3$. 根据集合中元素的互异性可知不满足题意; 当 $m=-\frac{3}{2}$ 时, $m+2=\frac{1}{2}$, $2m^2+m=3$, 故 $m=-\frac{3}{2}$.

反思: 错觉的根源在于未理解元素的互异性, 因此做完此类题要把值代入集合, 看是否满足集合的互异性.

例2 设集合 $A = \{x|x^2-3x+2=0\}$, $B = \{x|x^2+2(a+1)x+(a^2-5)=0\}$. 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

错解: 对于集合 B , $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2-5) = 8(a+3)$.
 $\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A$,

①当 $\Delta = 0$, 即 $a = -3$ 时, $B = \{2\}$, 满足条件;

②当 $\Delta > 0$, 即 $a > -3$ 时, $B = A = \{1, 2\}$, 才能满足条件,

则由根与系数的关系得 $\begin{cases} 1+2 = -2(a+1) \\ 1 \times 2 = a^2-5 \end{cases}$, 即

$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ a^2 = 7 \end{cases}, \text{矛盾};$$

综上, a 的取值范围是 $a = -3$.

正解: 此题漏了一种解, $B \subseteq A$ 时, $B = \emptyset$, 当 $\Delta < 0$, 即 $a < -3$ 时, $B = \emptyset$, 满足条件. 综上, a 的取值范围是 $a \leq -3$.

反思: 解题时要特别注意空集是任何集合的子集.

点评: 通过以上几个例题, 让学生找到错误的根源, 更好的理解知识本身, 促进解题思维能力.

三、强化变式练习, 培养迁移能力

变式练习是在常规题目的基础上, 恰当的改变问题情境或思维角度, 引导学生不同途径解决问题的方法, 通过多思

错在哪儿? ——由一道中考错题想到的

北京师范大学出版集团 (100875) 岳昌庆

存在性问题一直是各级各类考试命题的重中之重的问题,能举出反例更是至关重要的,尤其是中考、高考等高利害性考试.请看2015年中考某市选择题的压轴题

例1 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 过 $(-2, 0)$, $(2, 3)$ 两点,那么抛物线的对称轴 ().

- A. 只能是 $x = -1$
 B. 可能是 y 轴 C. 在 y 轴右侧且在直线 $x = 2$ 的左侧
 D. 在 y 轴左侧且在直线 $x = -2$ 的右侧

分析: 由已知得 $\begin{cases} 0 = 4a - 2b + c \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = \frac{3}{4} \\ c = \frac{3}{2} - 4a \end{cases}$ 所以 $y = ax^2 + \frac{3}{4}x + \frac{3}{2} - 4a$ ①
 对称轴方程为 $x = -\frac{3}{8a}$.

错解1: 若A正确,则 $-1 = -\frac{3}{8a}$,即 $a = \frac{3}{8}$ 为一定值,虽满足 $a = \frac{3}{8} > 0$,但不是充分的(即不是对所有的 $a > 0$,均有该结论).显然B不正确,因为 $x = -\frac{3}{8a} \neq 0$,又 $a > 0$,所以 $x = -\frac{3}{8a} < 0$,从而C也不正确.

由于第一大题(选择题)中明确指出“在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的”故选D.

错解2: 因为函数图像经过 $(-2, 0)$, $(2, 3)$ 两点,所以由

二次函数图像的对称性可知: 函数图像与 x 轴的另一个交点在点 $(2, 0)$ 的左侧,所以抛物线的对称轴在 y 轴的左侧且在直线 $x = -2$ 的右侧. 故选D.

分析与解: 若选项D果正确,则 $-\frac{3}{8a} > -2$, 又 $a > 0$, 所以, $a > \frac{3}{16}$, 所以反例可在 $0 < a < \frac{3}{16}$ 中随意赋值,再代入①,例如取 $a = \frac{1}{8}$, 则 $y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{8}(x+2)(x+4) = \frac{1}{8}(x+3)^2 - \frac{1}{8}$, 此时对称轴的方程为 $x = -3 < -2$, 故选项D也不正确! 如图1.

错因分析: 错解1排除法不靠谱,默认前提: 有且只有一个答案正确!

错解2默认点 $(-2, 0)$ 与点 $(2, 3)$ 分居在抛物线的对称轴两侧,心中已有自己的草图,例如取 $a = \frac{1}{4}$, 则 $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x+1)(x+2) = \frac{1}{4}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{16}$, 所以对称轴方程为 $x = -\frac{3}{2} > -2$, 如图2. 忽略了图1这种可能性.

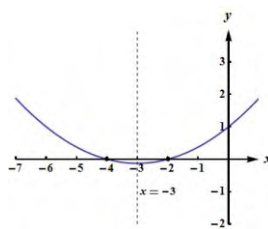


图1

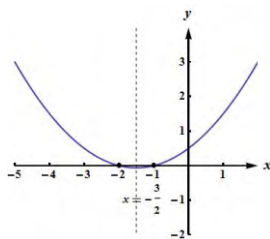


图2

多想培养学生的应变能力以及思维的积极性和深刻性,促进学生的迁移能力.

教学片断三

例4 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $B \subset A$, 求 m 的取值范围.

变式1 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $A \subseteq B$, 求 m 的取值范围.

变式2 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $A \cap B = \emptyset$, 求 m 的取值范围.

围.

点评: 通过此例题, 让学生体验它们之间的联系和区别, 从而提高对知识的认知精度.

在高三一轮复习中, 教师应成为学生探究活动的组织者, 指导者和合作者, 通过教学活动, 培养学生分析问题, 解决问题, 从而提高思维能力.

参考文献

- [1] 刘静. 数学练习课堂的反思 [J]. 中学教学参考, 2014, (9).
- [2] 林为民. 教学课堂动态生成的应对策略 [J]. 中学数学研究, 2016, (6).