



生本教育理念下立体几何中求距离

——高三数学立体几何高考备考第一轮复习

谢清秋

(广西梧州市第一中学, 543001)

当代信息研究表明: 当知识以一种层次网络的方式进行排列时, 就可以大大提高知识的检索效率, 因而具有更大的迁移性, 从而达到举一反三的效果. 美国教育家布鲁纳认为: “任何一门学科都有基本知识结构, 学生只有掌握了基本结构, 才能产生大量的迁移.” 建立知识网络, 离不开数学概念, 概念的习得要有科学的方法. 本文针对空间位置关系中的求距离进行有层次的横向排列, 将知识点有序地梳理成条, 方便记忆巩固, 融会贯通. 运用时则可以以点带线, 顺藤摸瓜解决问题.

生本教育是华南师范大学郭思乐教授创立的以生命为本的教育理念和促使学生好学的教育方式, 突出学生、合作、探究. 生本教育应用于课堂, 强调学生先学后教, 教师在课堂中是学生的指导者、帮助者和参与者, 将传统课堂中, 学生的接受式学习转为自主主动学习, 提高学习效率和效果. 荆志强提倡的“三步四环节”教学模式的基础性关键环节——前置学习任务的设计. 以下是高三立体几何第一轮复习中求距离的前置学习任务的教学设计.

前置学习任务 1: 在空间中从点、线、面的位置关系列出关于距离的所有概念.

根据著名心理学家桑代克的学习理论中的“准备律”, 让学生从听老师讲转向学生自己总结, 体现“做数学 (do mathematics)”的现代数学教育理念.

前置学习任务 2: 阅读下列横向排列知识并与完成的前置学习任务 1 进行对比更正. 及时更正、增补促进知识和技能的正迁移, 让学生自己消化简单的重点知识, 为后续内容的学习打好基础.

横向排列知识: 空间中距离的求法

1 点到直线的距离

(1) 定义: 过点引直线的垂线, 这个点和垂足间的距离叫做这个点到这直线的距离.

(2) 求点线距离常用的方法:

① 定义法: 先找到 (或作出) 表示距离的线段; 再抓住线段 (所求距离) 所在三角形解之.

② 等三角形面积法:

2 点到平面的距离 (重点)

(1) 定义: 面外一点引一平面的垂线, 这个点和垂足间的距离叫做这个点到这个平面的距离.

(2) 求点面距离常用的方法:

① 定义法: 找到 (或作出) 表示距离的线段; 抓住线段 (所求距离) 所在三角形解之.

常利用两平面互相垂直的性质. 即如果已知点在已知平面的垂面上, 则已知点到两平面交线的距离就是所求的点面距离.

② 等三棱锥体积法: 在平面内选取适当三点, 和已知点构成三棱锥; 求出此三棱锥的体积 V 和所取三点构成三角形的面积 S ; 由 $V = \frac{1}{3}Sh$, 求出 h 即为所求.

如: 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 面 ABC , 求点 A 到平面 PBC 的距离 h .

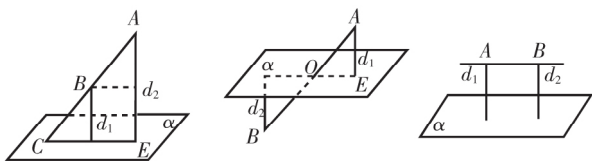
$$V_{P-ABC} = V_{A-PBC} \Leftrightarrow \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot PA = \frac{1}{3}S_{\triangle PBC} \cdot h,$$

$$\text{即 } h = \frac{S_{\triangle ABC} \cdot PA}{S_{\triangle PBC}}.$$

③ 转移法: 利用斜线段的长度比等于相应的距离比, 如①②; 或利用点所在的直线或线段与

基金项目: 梧州市教育科学“十三五”规划 B 类小课题“生本教育理念下示范性高中高三数学立体几何专题高考备考的实践研究” (立项编号: X2020B001) .

平面平行,将所求点到平面的距离转移到此平行线上的另一点到平面的距离来求.



$$\textcircled{1} \frac{d_1}{d_2} = \frac{BC}{AC}; \textcircled{2} \frac{d_1}{d_2} = \frac{OB}{OA}; \textcircled{3} l \cdot \alpha \Rightarrow d_1 = d_2;$$

④向量法: 设 n 为平面 α 的一个法向量, $P \notin \alpha$, A 是 α 内的任意一点, 则点 P 到平面 α 的距离 $PO = \frac{|\overrightarrow{PA} \cdot n|}{|n|}$.

3 直线和平面的距离

(1) 定义: 一条直线和一个平面平行, 这条直线上任意一点到平面的距离, 叫做这条直线和平面的距离.

(2) 求线面距离常用的方法:

①定义法: 求证(或连或作)某线段为距离, 通过解三角形计算.

②将线面距离转化为点面距离, 运用解三角形或体积法求解.

③作辅助垂直平面, 把求线面距离转化为求点线距离.

4 平行平面的距离

(1) 定义: 与两个平行平面同时垂直的直线, 叫做这两个平行平面的公垂线. 公垂线夹在两个平行平面间的部分, 叫做这两个平行平面的公垂线段. 两个平行平面的公垂线段的长度叫做这两个平行平面的距离.

(2) 求平行平面距离常用的方法:

①定义法: 或连或作某线段为距离, 通过解三角形计算.

②把面面距离转化为点线(面)距离, 通过解三角形或体积法求解.

高考中对立体几何的考查重点集中在空间点、线、面位置关系的定性与定量的研究上, 定性研究主要表现为空间平行于垂直的推理与论证, 定量研究主要表现为空间夹角、距离、面积、体积的计算, 其中对空间各种位置关系的量化考查是历年高考考查的核心. 考查载体主要是传统的棱

柱、棱锥、球或由它们组合而成的几何(组合)体. 求角、求距离是重点和难点. 对于求空间角或距离一般先考虑传统的几何法, 如果方便建立空间直角坐标系, 则可以考虑用向量法引入空间向量, 将位置关系转化为数量关系的数值运算. 在用向量法时, 须按照“建系——找点——求向量——公式运算——作答”的步骤, 有条理的完成.

生本教育课堂模式四环节: 一、学生课前完成前置学习任务 3, 二、在课堂中, 前十分钟由学习小组讨论解决容易部分, 三、再用二十分钟给学生展示体现重点、错误较多的部分, 四、最后十分钟教师做补充总结提升. 通过这四环节使学生做到学进去, 讲出来, 写下来, 真正把课堂还给学生, 体现学生的主导学习地位, 教师的辅助指导作用. 生本教育融入高三立体几何备考是提高学生兴趣、效果以及增强学习信心的重要途径. 已有的荆志强生本教育模式证明生本教育可以让学生积极主动地参与课前、课中、课后的学习探究过程, 这种教育模式下的学生敢于猜想、积极探究, 善于合作解决问题. 这样的学习态度和兴趣恰好培养学生学习立体几何所需的素养和能力.

参考文献:

- [1] 李宏翰. 心理学 [M]. 桂林: 广西师范大学出版社, 2004. 3
- [2] 荆志强. 幸福地做老师: 我的生本教育实践之路 [M]. 南京: 江苏人民出版社, 2018.
- [3] 任子朝, 赵轩, 关丹丹, 等. 图形分析法在高考试题评价中的应用研究 [J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 37-41.
- [4] 伍春兰. PDSA 视域下基于教师学习的中学数学课例研修研究 [J]. 数学教育学报, 2021, 30(3): 78-82.
- [5] 路江江, 王亚妮. 高中数学教育中如何培养学生的数学核心素养——王尚志教授访谈录 [J]. 数学教育学报, 2021, 30(2): 67-70.
- [6] 张玉环, 周侠, 陈爽. 核心素养视角下中法高考数学试题的比较研究——基于 2015-2020 年中国和法国高考数学试卷 [J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 42-48.