

# 无须枉费推移力 惬意中流自在行

## ——例谈高三一轮复习的教学策略

上海市北虹高级中学 商轶玮

随着高考改革新方案的不断推进,人们逐渐适应了新高考带来的变化。由于数学文理不分科、英语的“两考”以及春季高考意义的重新解读等诸多因素的影响,数学的高三一轮复习要求我们重新规划思考。

那么一轮复习如何有效的开展呢?下面笔者依据考纲,结合多年一线教学经验,以复习起始阶段的内容举例,与同行进行探讨。当学生们步入高三,就好像是猎人步入森林,我们不只要给他足够的干粮,还要给他一支猎枪。这里的“干粮”,就是基础知识;这里的“猎枪”就是基本方法和技能训练。这就是所谓的“双基”,只有做好“双基”,才有可能形成基本数学思想方法,感受基本活动体验。

### 一、“干粮”篇——基础知识的梳理与夯实。

#### 1. 知识的梳理要成网络,成体系。

教学案例1 集合→数列→排列→组合

例1在复习集合中元素的特性时,对于集合中元素的“互异性”的理解,就可以适时地与“数列”“排列”以及“组合”三个概念进行比较。可以引导学生从元素的有无顺序,元素个数的有限无限以及构成元素的类型等不同角度加以分析。通过对比它们之间的区别和联系,不仅使学生对所复习的集合中元素所具有的特性理解更加深刻,同时也使知识更加成体系,并且大大提高了复习的效率。

教学案例2 集合→区间→不等式

例2 已知  $A=[-2,5]$ ,  $B=\{x|m+1 \leq x \leq 2m-1\}$  且满足  $B \subseteq A$ , 求实数  $m$  的取值范围。

变式1: 把已知条件中的集合  $B$  换成  $B=[m+1, 2m-1]$ , 结果是否改变?

变式2: 把已知条件中的集合  $B$  换成

$B=\{x|(x-m-1)(x-2m+1) \leq 0\}$  结果是否改变?

解析: 这组习题的呈现,旨在引起同学的思考——看起来“相同”的条件,怎么会得到不同的答案?通过这三道题的解答,使同学们明确集合,区间,不等式的几种不同表示方法的区别,以及在集合运算中所带来的不同结果。

设计意图: 高三第一轮复习最基础的工作就是要进行基础知识的梳理并夯实。与高一高二的教授课有所不同的是,高三一轮复习对于概念的讲解和复习应该是成网络成体系的,要“编成辫儿,串成串儿”如果不重视对知识点的系统化分析,不能构成一个整体的知识网络构架,自然在解题时就不能拥有整体的构思,更不能应对高考。

#### 2. 概念的复习要在辨析中落实。

教学案例3: 补集

例3: 补集的概念用数学符号表示。有的同学是这样表示的  $C_U^A = \{x|x \in A \text{ 且 } x \notin U\}$ , 但是事实上这只是“差集”的表示(如图2), 正确的表示方法应该是  $C_U^A = \{x|x \in A \text{ 且 } x \notin U, A \subseteq U\}$ (如图1)。不要小看这细微的差别,可能造成“失之毫厘差之千里”的结果。

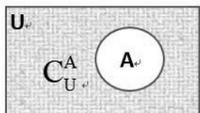


图1

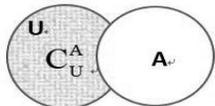


图2

教学案例4: 集合运算 函数运算

例4: 已知  $M=\{x|f(x)=0\}$ ,  $N=\{x|g(x)=0\}$  则

$C=\{x|f(x) \cdot g(x)=0\} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

A.  $M$       B.  $N$       C.  $M \cup N$       D. 以上都不是

解析: 本题易错选C。事实上可以举例来否定C, 设

$f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ ,  $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$ 。很多同学只看到了集合运算的这个层面, 却忽视了函数运算中要考虑定义域的细节。

设计意图: 经常有同学在第一轮复习时对数学的基本概念不予以足够的重视, 认为数学复习等同于“刷题”, 虽然做了大量“事倍功半”的工作, 考试的结果却常在一些“不该错的地方错了”, 还把原因简单的归结为粗心。殊不知, 真正的原因是“高楼盖在沙滩上”。基础不牢, 概念不清, 刷再多的题也只是枉费力气。

#### 3. 公式的复习要明确条件, 懂得来龙去脉。

教学案例5: 基本不等式

例5、(1) 已知:  $ab=4$ , 求  $a^2+b^2$  的最小值。

变式: 已知:  $ab=-4$ , 求  $a^2+b^2$  的最小值。

(2) 已知实数满足  $a+b+1=ab$ , 且  $a, b \in R^+$ , 求  $a+b$  的取值范围。

变式1: 已知实数满足  $a+b+1=ab$ , 且  $a, b \in R$ , 求  $a+b$  的取值范围。

变式2: 已知实数满足  $a+b+1=ab$ , 且  $ab > 0$ , 求  $a+b$  的取值范围。

解析: 第(1)小题, 可以利用基本不等式1、若  $a, b \in R$ ,  $a^2+b^2 \geq 2ab$  (当且仅当  $a=b$  时取“=”)来解决。而变式则是对基本不等式1的拓展, 学生可以得到推论(1)若  $a, b \in R$ ,  $a^2+b^2 \geq -2ab$  (当且仅当  $a=-b$  时取“=”), 或者更进一步得到推论(2)若  $a, b \in R$ , 则  $a^2+b^2 \geq 2|ab|$  (当且仅当  $|a|=|b|$  时取“=”); 第(2)小题, 可以利用

基本不等式2、若  $a, b \in R^+$  则  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  (当且仅当  $a=b$  时取“=”)解决。随着公式成立条件的改变, 也可以得到推论

(1) 若  $a, b \in R^+$  则  $(\frac{a+b}{2})^2 \geq ab$  (当且仅当  $a=b$  时取“=”)

推论(2) 若  $a \cdot b > 0$  则  $|\frac{a+b}{2}| \geq \sqrt{ab}$  (当且仅当  $a=b$  时取“=”),

利用这两个推论来解决变式的问题。

设计意图: 有些同学在应用公式的时候, 往往只记住了形式, 而对于它成立的条件却视而不见, 有些同学只知其一, 不知其二三的现象比比皆是。如果单纯的死记硬背公式并不能取得理想的效果。所以应对公式的形式, 成立的条件加以挖掘, 让学生不仅“知其然”, 更“知其所以然”。

### 二、“猎枪”篇——基本方法和技能的总结提升

#### 1. 专题复习注重方法的比较归纳总结。

教学案例6 函数值域的求法专题

下转 218 页

正确答案：“士也罔极，二三其德”，高频错误：“信誓旦旦，不思其反”。

(2) 纠错技巧：溯因探果明究竟

面对这类考查题目，首先应该静心思考题目到底是考查因还是果，再回到原文中去仔细追溯到底哪一句是因，哪一句是果。如例 7 中很明显地告诉了考生是考查“因”，但是让学生为难的是他们分不清那两句才是因，这才是致命的错误。所以最根本的解决之道还是要全面细致地解读文本。因而学课文时就要有溯因探果的习惯。

5、衔接不当

(1) 致错原因：审题粗心忘衔接

学生粗略读完题干，不假思索地认为就是那两句，却不注意去原文中梳理一下前后文的脉络，不注意句子之间的衔接问题而导致出错。

例 8：《白雪歌送武判官归京》中，作者的描写的角度由帐外转入帐内，从触觉角度表现天气寒冷的句子是：“\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_。”

正确答案：“散入珠帘湿罗幕，狐裘不暖锦衾薄”，高频错误：“将军角弓不得控，都护铁衣冷难着”。

(2) 纠错技巧：前后关联理脉络

题干与所填句子之间形成衔接关系，就一定要认真审题干的暗示信息，只有回到原文中，把前后文之间的脉络理清了，才能准确把握题目到底是考查前两句还是后两句。

例 8 中学生审题时只看到题干中“从触觉角度表现天气寒冷”的信息，却没有注意“描写的角度由帐外转入帐内”

上接 216 页

例 6：求下列函数的值域

A、(1) $y = x^2 - 2x + 5, x \in [-1, 2]$  (2) $y = \sin^2 x - 2\sin x + 5$   
(3) $y = (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x + 5$

B、(1) $y = \frac{3x+2}{2x+1}$  (2) $y = \frac{3x^2+2}{2x^2+1}$  (3) $y = \frac{3\cos x+2}{2\cos x+1}$   
(4) $y = \frac{3e^x+2}{2e^x+1}$

C、(1) $y = x + \sqrt{x-1}$  (2) $y = x + \sqrt{1-x}$  (3) $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$   
(4) $y = x + \sqrt{1+x^2}$

D、(1) $y = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x+8)^2}$

(2) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 + 4x + 5}$

(3) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^2 + 4x + 5}$

……

解析：函数值域的求法有很多，这里只列举其中几种。A 组是用配方法解决“二次型”函数的值域问题。B 组用“反表示法”来求值域。C 组分别采用单调性法和换元法来解答。D 组则利用式子的几何意义来求解。

教学案例 7 含参不等式在给定区间上的恒成立问题

例 7：1、已知当  $x \in (-\infty, 1]$  时，不等式  $1 + 2^x + (a - a^2) \cdot 4^x > 0$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围。

2、已知函数  $f(x) = x^2 + ax + 3 - a$ ，在  $x \in [-2, 2]$  上  $f(x) \geq 0$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围

变式 1、已知函数  $f(x) = x^2 + ax + 3 - a$ ，在  $x \in [-2, 2]$

这个关键信息，它实际上还考查了“诗中的前几句写了什么的”的暗示信息，所以如果没有前后文关联理清脉络的习惯，是很容易掉进陷阱里的。

虽然理解性默写题的答题过程中学生的失误可能是书写错误或者理解偏差造成的，但是不管是书写错误，还是比较不清、因果不明、衔接不当、相似混淆、手法误判，都只是外在的表现形式，其根本问题错因还是学生习惯不好、学得不透、思考不多、审题不明。要做到让所有学生一点都不出错是不现实的，但是只有我们老师在教学中能够对高频考点有足够的敏感度，讲透知识点，总结规律性；学生做到改掉坏习惯，学得通透、勤于思考，审题细心，做题认真，才能最大限度地避免高频错误反复“光顾”，才能以不变应万变，才能有不惧新题、怪题、难题的底气。

上  $f(x) \leq 0$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围

变式 2、已知函数  $f(x) = x^2 + ax + 3 - a$ ，在  $a \in [-2, 2]$  上  $f(x) \geq 0$  恒成立，求  $x$  的取值范围

3、若不等式  $3x^2 - \log_a x < 0$  在  $x \in (0, \frac{1}{3})$  内恒成立，求实数  $a$  的取值范围。

解析：上述例题及变式分别采用分离参数，最值法，变换主元以及利用函数性质数形结合等方法来求解。

设计意图：一轮复习时，对于一些重要的知识点是以专题的形式呈现的。可以把题目和对应的方法加以分组，让学生自己在比较中归纳，在归纳中总结提升。

2、注重“一题多解”与“一解多题”

进入复习阶段后，大量的试题铺天盖地而来，这时我们要保持清醒的头脑，要有所为，有所不为，不能陷入题海不能自拔。要充分发挥典型例题的示范价值，做到以点带面，以一顶十。注重“一题多解”和“一解多题”（例 6 和例 7 多次涉及，不再举例赘述），从不同角度分析比较，方可事半功倍。

总之在整个高三的复习中，第一轮复习所用的时间是最长的，它的复习成效将直接影响后面的复习效果。只有一轮复习做到位，那么二三轮复习才能“中流自在行”，否则就是“枉费推移力”了。