

新高考背景下数学排列组合解题技巧研究

顾 伟

(江苏省扬州市江都区邵伯高级中学 225261)

摘 要: 排列组合的相关内容看似较为简单,但是,随着学习的深入,就会了解到排列组合的知识愈发抽象,而大部分学生自身的思维转化力相对较弱,在对排列组合类的习题进行解答时,就会觉得困难. 因此,新高考背景下,在高中数学的排列组合教学中,教师需将相关解题技巧讲解给学生,从而使学生实现高效解题.

关键词: 新高考; 高中数学; 排列组合; 解题技巧

中图分类号: G632

文献标识码: A

文章编号: 1008 - 0333(2022) 36 - 0050 - 03

解决排列组合的问题,通常对学生的逻辑思维能力有着比较高的要求与考验,其不仅要求学生掌握扎实的概念公式以及计算原理,而且还能在解题中总结解题方法以及解题技巧,达到事半功倍的解题效果. 高考作为国考之一,其重要程度,对学生自身的命运是有决定影响的. 面对新高考,教师则需按照高考的相关要求,引导学生合理的学习解题方法,有效的应对高考. 因此,在对排列组合的相关问题进行求解时,最重要的就是审清题意,不可以盲目的套用公式,不然就会陷入到命题者的命题陷阱. 虽然排列组合的相关问题可以找到解题思路,但是,想要得出准确的答案却不容易. 因此,数学教师需注重对解题技巧的深入研究,从而使排列组合类问题的求解准确率得到切实提高.

1 新高考背景下数学排列组合解题教学策略

1.1 深化学生对于概念的理解

对排列组合题包含的概念进行理解通常是解题的重要步骤,也是实现正确解答的保障,因此,在对排列组合题进行加强复习的时候,就需深化学生对于排列组合的相关概念的理解. 为了消除学生对于排列组合的概念产生的陌生感,可以将实际生活当

中的相关情境融入到课堂教学,如“某个火车由本市出发,目的地是北京,且途径许多站”,以此为情境,将排列组合的相关问题融入其中,通过这种情境练习,就能深化学生对于排列组合具体意义的理解,防止学生进行死记硬背. 在对概念进行深化理解的过程中,教师可增设些容易混淆的数学问题进行辨析教学,类似于分组与分配的问题,教师可设置相应的问题“将 6 个苹果都分给 3 个学生,第一个学生分到 3 个苹果,第二个学生分到 2 个苹果,第三个学生分到 1 个苹果.”以此使学生明白该问题就属于分组问题,若把 3 个苹果分给学生 A,把 2 个苹果分给学生 B,把 1 个苹果分给学生 C,这就属于分配的问题.

1.2 注重训练学生的思维

正确解决排列组合问题,不仅需要学生正确地理解概念,而且还需要学生具有良好的思维能力. 数学教师在课堂教学中,需引导学生在解题时,清楚地了解到每个解题步骤,且在进行每个解题步骤时,都需思考“为何要这么做”“怎样做满足题意”“这样分类是否完整?”通过引导性问题,指导学生对其自身的思维进行训练,以此在实际解题中,能够及时且正确地找出解题思路,并对自身思维不严谨的地方进

收稿日期: 2022 - 09 - 25

作者简介: 顾伟(1982. 8 -),男,江苏省扬州人,研究生,中学高级教师,从事高中数学教学研究.

行复习巩固,从而使学生的逻辑思维能力得到有效提高. 由于排列组合题属于思维组合,这种题型一般和现实生活有着密切地关联,因此,在对排列组合的相关内容进行学习时,就需注重训练学生的思维,把生活化问题抽象成排列组合式的数学模型,并通过排列组合的相关知识实现数学问题的解答.

1.3 开展科学化专题训练

排列组合类的数学问题虽然多变且灵活,但却有着较为基本的解题套路以及题型. 若学生掌握了相关题目类型,就可以使其解题能力得到显著提高. 基本类的题目主要包含了分类与分步的问题. 分类问题可通过分类计数原理解答,分步问题主要通过分步计数的原理解答,即特殊元素和特殊位置的问题,都需将元素分析作为核心,并对特殊元素的具体位置进行全面考虑. 以此为基础,对其他元素进行再处理,如元素相邻的问题可以通过捆绑法实施解答. 也就是把若干个元素当成整体实施排列; 相离问题的解决方法则是先对其他元素进行解决. 除此之外,还有正难则反的问题、定序问题等.

2 新高考背景下数学排列组合解题技巧的策略

2.1 插空法

插空法是解决排列问题的常用方法,在对若干元素依据要求实施排列的时候,可通过插空法对排列过程进行有效简化. 基本的模型属于不相邻的问题,也就是对相关元素明确指出不相邻的要求是限制条件,其思维主要是先对没有受到限制的元素进行排列,并将有限制的相关元素插入到已排列好的元素中,使其满足题目的相关要求.

例1 (1) 教师带领学生们到影院进行观影,影院一排的座位有12个,要安排4名教师与8个学生,其中,教师不可以相邻,必须位于学生之间,请问有多少种作为排列的方法.

(2) 共有15盏灯,要关掉其中的6盏,要求相邻两盏灯不可以关掉,两侧的灯不能关掉,请问有多少种关灯的方法.

解析 (1) 通过插空法实施求解,先对没有限制条件的“学生”实施排列,一共有 A_8^8 种方法,接着给4名教师的座位进行安排,依据题意,教师是不可

以坐两端的,因此,一共有7个空档,也就是有 A_7^4 的排列方法,因此,其最终结果则是 $A_8^8 \cdot A_7^4$ 种排列方法,其属于互异元素.

(2) 可通过插空法实施求解,固定了9盏亮着灯的具体位置,因为两侧可以亮灯,因此,在8个空插6盏灯,也就是 C_8^6 种排列方法,因为灯的顺序是固定的,不可以用排列,因此,需而进行组合.

2.2 转化法

转化法主要指将原问题转变成基本的定理、公式或者图形,以便于更好地解决问题. 而转化法运用于排列组合的题目解决,其作为较常用的解题技巧,尤其是在相对抽象或者是复杂的数学题,可通过转化法实施求解,以促使学生更好的理清解题思路,防止出现解题错误.

例2 某校的高二年级一共有9个班级,现需要在高二年级当中选拔出11名作为学生会成员,每个班级至少要选择出一个人,试着求解出选择方法共有多少种.

解析 本题因为和校园的实际生活有着密切关联,就会造成问题分析的难度增加,以此对题目当中的模型实施转化,如教师可将其想象为“将11个白球分为9组”的排列组合的问题,此时,就可以更迅速的明确具体解题思路. 把11个白球排列为一排,其中有10个空档,分组可当做在空档当中置入黑球,通过黑球把白球隔离开,最终求解出黑球是有多少种插入的方法,这就能经过 C_{10}^8 加以计算,以促使学生充分掌握排列组合解答的方法.

2.3 间接法

在对组合类的数学问题进行求解时,可以发现,数学题目当中涉及到多少种排列的方法,就会对应多少剩余的排列方法. 若对题目当中所要求到的排列方法直接进行计算,通常是无法直接求解的,此时,可进行思路的转变,运用间接法,先求解出剩余排列,然后再实施具体求解. 例如,口袋中共装了23个不同的五分硬币以及10个不同的一角钱的硬币,现从口袋当中取出来2元钱,请问共有多少种取法? 本题的典型就是直接求取较为困难,而通过剩余法进行求解则十分简单. 经过计算,把口袋当中的全部硬币都取出来,可知口袋里面一共有2.15元,现在,

从当中取出2元,就等于留下了0.15元,而口袋中的硬币额度一共是两种,也就是一角与五分,现只有两种状况,即剩下了3个五分的硬币或者是剩余一个1角以及一个五分的硬币.但是,因为硬币有所不同,因此,其最终结果为 $C_{23}^3 + C_{23}^1 C_{10}^1$ 种取法.同时,运用间接法还有另一种方法,也就是排除法,其更多是针对难度比较高的排列组合的数学问题.通过正向思维,通常是无法直接求解得到问题的答案,这个时候,就需通过反向思维,也就是排除法,对问题求解的难度进行降低.例如,某个班级的学生人数一共为56人,现在由班级当中随机抽取出6个人,并要求语文、数学、物理课程的课代表至少有一人要被抽取,请问抽取的方法一共有多少种?本题勇敢正常的解法通常比较麻烦,但是,求解三门学科课代表不在其中的抽取方法却相对比较简单,也就是 C_{53}^6 种,另外,也能够明确完全随机的抽取方法是 C_{56}^6 种,从当中减去三门学科的课代表不在其中的状况,就能够求解得出本题的最终答案.

2.4 捆绑法

捆绑法主要指几个元素是相邻的时候,可将这些元素当做整体,在题目当中实施排列.同时,捆绑法是对复杂化排列组合的数学问题,进行解决的有效措施,学生通过该方法解决排列组合的问题时,需确保本方式针对的问题更多是对多个元素在相邻的状况下实施排列.同时,在对该方式进行应用的时候,需遵循相应的步骤,即将所有的相邻元素实施捆绑,将其当做单独元素,以使其和其他的元素构成排列的关系,然后,再把捆绑之后的整体元素当中的分元素进行排列,从而获得数学问题的答案.例如,在教室在一共有7把椅子,将椅子排列为—列,依据相应的顺序对椅子实施标号,其标号顺序主要为 a, b, c, d, e, f, g ,然后对7把椅子实施排序,其要求 a, b 两把椅子要一直在一起,请问共有多少中排序的方法?依据题目的要求, a, b 两种椅子要一直在一起,这就需运用捆绑法,把 a, b 两把椅子当做是整体,剩余的5把椅子实施全面排列, a, b 的两把椅子排序共有2个,二者相乘就能实现该问题的有效解决.在具体教学当中,这种解题的方法是常常能用到的,题目当中常常需要用到相关方法,因此,数学教师在课堂教学

时,需注重捆绑法的灵活应用.

2.5 对等法

高中数学的排列组合的数学问题,题目当中涉及的肯定条件以及否定条件是相同的,这个时候,就需求取出排列组合的状况,并除以2,也就是获得最终的结果.例如,高二年级在期末考试时,其考试的科目一共有8门,现在要把物理考试的时间安排到化学考试前,请问安排的方法一共有多少种?在对本题进行求解时,若依据常规的方法进行求解,不仅麻烦,而且还会影响到求取结果的正确率.而经过题目的仔细分析就能知道,题目当中的唯一的限制条件就是物理考试的时间需要安排到化学考试前,而物理考试的时间与化学考试的时间先后的顺序通常只是两种,题目中要求的状况通常占了 $1/2$.因此,只要期解除具体排列的方法即可,也就是 A_8^8 种,接着再次除以2,也就能得出最终的答案,求解的具体过程也是十分简单的.此时,就需讨论出另外一种题型,也就是对等法,这种题型主要是给出 n 个数,现要求构成 m 位数的偶数或者是奇数个数,因为偶数与奇数在我们的脑海当中是对等对立的感觉,所以,就会十分容易想到通过对等法进行解题,但是,在具体应用对等法的时候,就会发现,并非是全部的题型都能够运用对等法,这种情况究竟是何呢?主要的原因就是数的性质有所不同.

综上所述,排列组合的问题解决,不仅是对学生自身的数学逻辑思维进行考查,而且还对学生解决实际生活当中的数学问题的解题能力进行考查.因此,数学教师在对排列组合的解题方法进行讲解时,需与实际生活有效结合,引导学生通过多种方法对数学题目中呈现的数学思想进行理解,并通过适合的数学方法选择,促使学生更加准确的解决排列组合的相关问题.

参考文献:

- [1] 王子慧. 高中数学排列组合解题方法与技巧研究[J]. 数学大世界(上旬), 2018(8): 1.
- [2] 宋凌云. 浅谈高中数学排列组合问题的解题技巧[J]. 东西南北: 教育, 2017(19): 1.

责任编辑: 李 璟