江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第二章　第 11 讲 指对幂大小比较

研制人：张顺军　　　审核人：鲁媛媛

班级：__________　姓名：______________　学号：____________　授课日期：2022.6.2

【本课在课程标准中的表述】

此类问题往往涉及到指对数有关的比较大小，由于不同底无法根据单调性等比较大小，但是可以判断此数与 1 或者 0 的大小，进而确定这些数的大小。也可以通过构造函数或者利用导数进行处理。

【课前热身】

1、已知 $a=\frac{1}{e}$，$b=\frac{\ln 3}{5}$，$c=\frac{\ln 2}{3}$，则（　　　　）

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

【答案】D

【解析】因为 $3^3<2^5$，则 $3\ln 3<5\ln 2$，所以，$\frac{\ln 3}{5}<\frac{\ln 2}{3}$，即 $b<c$；

$\because 2<e<3$，则 $e^3>2^3>2^e$，所以，$3\ln e>e\ln 2$，所以，$\frac{\ln e}{e}>\frac{\ln 2}{3}$，即 $a>c$，故 $b<c<a$.

故选：D.

2、已知 $a=\log_2 3$，$b=\log_4 6$，$c=\log_8 9$，则 a、b、c 的大小顺序为（　　　　）

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<b<a$　　D．$b<c<a$

【答案】C

【解析】$b=\log_4 6=\log_2\sqrt{6}$，又 $c=\log_8 9=\log_2\sqrt[3]{9}$，因为 $3>\sqrt{6}>\sqrt[3]{9}$，$y=\log_2 x$ 单调递增，所以 $c<b<a$.

故选：C

3、已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足当 $x_1\neq x_2$ 时，不等式 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 恒成立，若 $a=f(\log_5 0.5)$，$b=f(\log_{0.5}2)$，$c=f(2^{0.5})$，则 a，b，c 的大小关系为（　　　　）.

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>c>a$　　D．$b>a>c$

【答案】D

【解析】根据题意，函数 $f(x)$ 满足当 $x_1\neq x_2$ 时，不等式 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 恒成立，

则函数 $f(x)$ 在 R 上为减函数，

因为 $\log_{0.5}2=-1$，$-1=\log_5\frac{1}{5}<\log_5 0.5<0$，即 $-1<\log_5 0.5<0$，

又 $2^{0.2}>1$，所以 $f(\log_{0.5}2)>f(\log_5 0.5)>f(2^{0.5})$，即 $b>a>c$，

故选：D.

4、（2021·山东泰安市·高三一模）（多选题）设正实数a，b满足$a+b=1$，则（　　）

A. $\log_2 a+\log_2 b\ge -2$　B. $ab+\frac{1}{ab}\ge\frac{17}{4}$　C. $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\le 3+2\sqrt{2}$　D. $2^{a-b}>\frac{1}{2}$

【答案】BD【解析】因为正实数a，b满足$a+b=1$，所以$0<ab\le(\frac{a+b}{2})^2=\frac{1}{4}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，取等号.A：因为$\log_2 a+\log_2 b=\log_2 ab\le\log_2\frac{1}{4}=-2$，所以本选项不正确；

B：设ab=x, $x\in(0,\frac{1}{4}]$，函数$\mathrm{y}=\mathrm{x}+\frac{1}{\mathrm{x}}$在$x\in(0,\frac{1}{4}]$时，单调递减，因此当$x$=$\frac{1}{4}$时，函数有最小值，最小值为$y=\frac{1}{4}+\frac{1}{\frac{1}{4}}=\frac{17}{4}$，因此有$y\ge\frac{17}{4}$，即$ab+\frac{1}{ab}\ge\frac{17}{4}$，所以本选项正确；

C：因为正实数a，b满足$a+b=1$，

所以$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2a+2b}{a}+\frac{a+b}{b}=3+\frac{2b}{a}+\frac{a}{b}\ge 3+2\sqrt{\frac{2b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=3+2\sqrt{2}$，当且仅当$\frac{2b}{a}=\frac{a}{b}$时，取等号，即$a=2-\sqrt{2}, b=\sqrt{2}-1$时，取等号，所以本选项不正确；

D：因为正实数a，b满足$a+b=1$，所以$2^{a-b}=2^{2a-1}>2^{-1}=\frac{1}{2}$，因此本选项正确.故选：BD

5、设函数 f'(x)是奇函数$f(x)(x\in R)$的导函数，$f(-1)=0$，当$x>0$时，$xf'(x)-f(x)<0$，则使得$f(x)>0$成立的 x 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$　B. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　C. $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$　D. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

【答案】A

【解析】令$h(x)=\frac{f(x)}{x}$，因为$f(x)$为奇函数，所以$h(x)$为偶函数，由于

$h'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$，当$x>0$时，$xf'(x)-f(x)<0$，所以$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，根据对称性$h(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增，又$f(-1)=0$，$f(1)=0$，数形结合可知，使得$f(x)>0$成立的$x$的取值范围是$(-\infty,-1)\cup(0,1)$.

6、（2020·山西运城·月考（文））已知定义在$\mathbf{R}$上函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，$\forall x\in(0,\pi)$，有$f'(x)\sin x<f(x)\cos x$，且$f(x)+f(-x)=0$.设$a=\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$，$b=-\frac{2\sqrt{3}}{3}f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$，$c=f\left(\frac{\pi}{2}\right)$，

则（　　）.

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$　　C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

【答案】D【解析】设$g(x)=\frac{f(x)}{\sin x}$，$g(-x)=\frac{f(-x)}{\sin(-x)}=\frac{-f(x)}{-\sin x}=\frac{f(x)}{\sin x}=g(x)$，即$g(-x)=g(x)$，

所以函数 $g(x)$ 是偶函数，

并且 $g'(x)=\dfrac{f'(x)\sin x-f(x)\cos x}{\sin^2 x}<0$，所以函数 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 单调递减，

$a=\sqrt{2}f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin\dfrac{\pi}{4}}=g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$，$b=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)}=g\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=g\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$，

$c=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)}{\sin\dfrac{\pi}{2}}=g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$，因为 $0<\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{\pi}{2}<\pi$，所以 $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)>g\left(\dfrac{\pi}{3}\right)>g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$，

【知识梳理】

【典例探究】

考点一引入中介“桥梁”

例 1、（2020 年天津卷）设 $a=3^{0.7}$， $b=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-0.8}$， $c=\log_{0.7}0.8$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C．$b<c<a$　　D. $c<a<b$

【答案】D

【解析】因为 $a=3^{0.7}>1$， $b=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-0.8}=3^{0.8}>3^{0.7}=a$， $c=\log_{0.7}0.8<\log_{0.7}0.7=1$，

所以 $c<1<a<b$.

故选：D.

变式 1、（2021·山东青岛市·高三二模）（多选题）下列不等式成立的是（　　）

A. $\log_2(\sin 1)>2^{\sin 1}$　　B. $\left(\dfrac{1}{\pi}\right)^2<\pi^{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{7}-\sqrt{5}<\sqrt{6}-2$　　D. $\log_4 3<\log_6 5$

【答案】BCD

【解析】A.$\because \sin 1\in(0,1)$， $\therefore \log_2(\sin 1)<0$， $2^{\sin 1}>1$， $\therefore \log_2(\sin 1)<2^{\sin 1}$， 故 A 不正确;

B.$0<\left(\dfrac{1}{\pi}\right)^2<1$，$\pi^{\frac{1}{2}}>1$，$\therefore\left(\dfrac{1}{\pi}\right)^2<\pi^{\frac{1}{2}}$， 故 B 正确;

C.要判断$\sqrt{7}-\sqrt{5}<\sqrt{6}-2$，即判定$\sqrt{7}+2<\sqrt{6}+\sqrt{5}$，即判定$\left(\sqrt{7}+2\right)^2<\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2$，

即$11+4\sqrt{7}<11+2\sqrt{30}$，即$4\sqrt{7}<2\sqrt{30}$，即$28<30$成立，故 C 正确；

D.$\because \log_4 3=1+\log_4\frac{3}{4}$，$\log_6 5=1+\log_6\frac{5}{6}$，$\because \log_4\frac{3}{4}<\log_4\frac{5}{6}$，且$\log_4\frac{5}{6}<\log_6\frac{5}{6}$，

$\therefore \log_4\frac{3}{4}<\log_6\frac{5}{6}$，$\therefore \log_4 3<\log_6 5$，故 D 正确.

故选：BCD

考点二 构造函数

例 2、（2021 年普通高等学校招生全国统一考试乙卷） 设$a=2\ln1.01$，$b=\ln1.02$，$c=\sqrt{1.04}-1$．则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$　　C. $b<a<c$　　D. $c<a<b$

【答案】B

【解析】

$a=2\ln1.01=\ln1.01^2=\ln(1+0.01)^2=\ln\left(1+2\times0.01+0.01^2\right)>\ln1.02=b$,

所以$b<a$;下面比较c与a,b的大小关系.

记$f(x)=2\ln(1+x)-\sqrt{1+4x}+1$ 则$f(0)=0$, $f'(x)=\frac{2}{1+x}-\frac{2}{\sqrt{1+4x}}=\frac{2\left(\sqrt{1+4x}-1-x\right)}{(1+x)\sqrt{1+4x}}$,

由于$1+4x-(1+x)^2=2x-x^2=x(2-x)$

所以当 $0<x<2$ 时，$1+4x-(1+x)^2>0$,即$\sqrt{1+4x}>(1+x)$, $f'(x)>0$,

所以$f(x)$在$[0,2]$上单调递增,

所以$f(0.01)>f(0)=0$,即$2\ln1.01>\sqrt{1.04}-1$,即$a>c$;

令$g(x)=\ln(1+2x)-\sqrt{1+4x}+1$,则$g(0)=0$, $g'(x)=\frac{2}{1+2x}-\frac{2}{\sqrt{1+4x}}=\frac{2\left(\sqrt{1+4x}-1-2x\right)}{(1+2x)\sqrt{1+4x}}$,

由于$1+4x-(1+2x)^2=-4x^2$，在 $x>0$ 时,$1+4x-(1+2x)^2<0$,

所以$g'(x)<0$,即函数$g(x)$在$[0,+\infty)$上单调递减,所以$g(0.01)<g(0)=0$,即$\ln1.02<\sqrt{1.04}-1$,即 $b<c$;

综上，$b<c<a$,

故选：B.

变式 1、（2021·广东惠州市高三二模）已知正数x，y，z满足$x\ln y=ye^{z}=zx$，则x，y，z的大小关系为（　　）

A．$x>y>z$　　　　B．$y>x>z$　　　　C．$x>z>y$　　　　D．以上均不对

【答案】A【解析】由$x\ln y=ye^{z}=zx$，得$x\ln y=zx$，则$z=\ln y$，得$y=e^{z}$，

所以$e^{z}\cdot e^{z}=zx$，所以$x=\dfrac{e^{2z}}{z}$，令$f(z)=e^{z}-z(z>0)$，则$f'(z)=e^{z}-1>0$，

所以函数$f(z)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$f(z)>f(0)=e^{0}-0=1$，

所以$e^{z}>z$，即$y>z$所以$x-y=\dfrac{e^{2z}}{z}-e^{z}=\dfrac{e^{2z}-ze^{z}}{z}=\dfrac{e^{z}(e^{z}-z)}{z}>0$，所以$x>y$，

综上$x>y>z$，故选：A

变式 2、（2021·江苏扬州市高三模拟）（多选题）已知$ab>0$，且$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，则下列不等式一定成立的有（　　）

A．$a<b$　　　　B．$\dfrac{a}{b}<\dfrac{b}{a}$

C．$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>2$　　　　D．$2^{a}+a>2^{b}+b$

【答案】AC【分析】根据题设条件可得a,b同号，且$a<b$，直接判断 A 选项，根据不等式的性质判断 B 选项，根据基本不等式判断 C 选项，根据判断函数$y=2^{x}+x$的单调性判断 D 选项.

【解析】因为$ab>0$，且$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，所以$a,b$同号，且$a<b$，故 A 正确；

因为$a<b$，则当$a<b<0$时，$a^{2}>b^{2}$，同时除以ab，因为$ab>0$，所以有$\dfrac{a^{2}}{ab}>\dfrac{b^{2}}{ab}$即$\dfrac{a}{b}>\dfrac{b}{a}$，故 B 错误；因为$ab>0$，所以$a,b$同号，所以$\dfrac{a}{b}>0,\dfrac{b}{a}>0$，所以$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geq 2$，又$a<b$，所以等号取不到，所以$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>2$，故 C 正确；因为函数$y=2^{x}+x$是单调增函数，且$a<b$，所以$2^{a}+a<2^{b}+b$，故 D 错误；

故选：AC

考点三　利用导数

例 3、（2021 年普通高等学校招生全国统一考试 1 卷）若过点(a,b)可以作曲线$y=\mathrm{e}^{x}$的两条切线，则（　　）

A．$\mathrm{e}^{b}<a$　　　　B．$\mathrm{e}^{a}<b$

C. $0<a<e^b$　　D. $0<b<e^a$

【答案】D

【解析】

在曲线 $y=e^x$ 上任取一点 $P\left(t,e^t\right)$，对函数 $y=e^x$ 求导得 $y'=e^x$，

所以，曲线 $y=e^x$ 在点 P 处的切线方程为 $y-e^t=e^t(x-t)$，即 $y=e^tx+(1-t)e^t$，

由题意可知，点 (a,b) 在直线 $y=e^tx+(1-t)e^t$ 上，可得 $b=ae^t+(1-t)e^t=(a+1-t)e^t$，

令 $f(t)=(a+1-t)e^t$，则 $f'(t)=(a-t)e^t$.

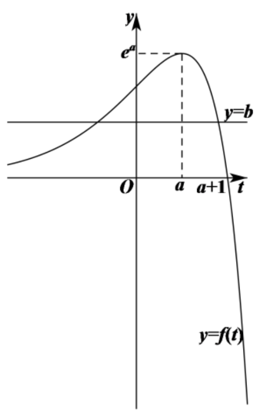
当 $t<a$ 时，$f'(t)>0$，此时函数 $f(t)$ 单调递增，

当 $t>a$ 时，$f'(t)<0$，此时函数 $f(t)$ 单调递减，

所以，$f(t)_{\max}=f(a)=e^a$，

由题意可知，直线 $y=b$ 与曲线 $y=f(t)$ 的图象有两个交点，则 $b<f(t)_{\max}=e^a$，

当 $t<a+1$ 时，$f(t)>0$，当 $t>a+1$ 时，$f(t)<0$，作出函数 $f(t)$ 的图象如下图所示：



由图可知，当 $0<b<e^a$ 时，直线 $y=b$ 与曲线 $y=f(t)$ 的图象有两个交点.

故选：D.

解法二：画出函数曲线 $y=e^x$ 的图象如图所示，根据直观即可判定点 (a,b) 在曲线下方和 x 轴上方时才可以作出两条切线.由此可知 $0<b<e^a$.

变式 1、（2021 年普通高等学校招生全国统一考试乙卷）　设 $a\neq 0$，若 $x=a$ 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点，则（　　）

A. $a<b$　　B. $a>b$　　C. $ab<a^2$　　D. $ab>a^2$

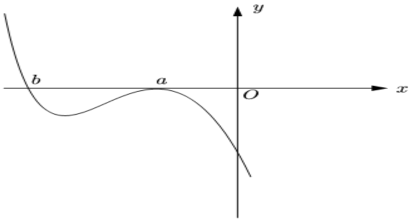
【答案】D

【解析】

若 $a=b$，则 $f(x)=a(x-a)^3$ 为单调函数，无极值点，不符合题意，故 $a\neq b$.

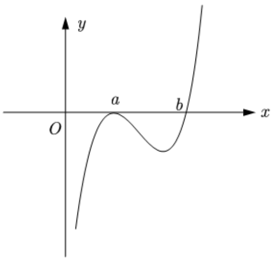
$\therefore f(x)$ 有 $x=a$ 和 $x=b$ 两个不同零点，且在 $x=a$ 左右附近是不变号，在 $x=b$ 左右附近是变号的. 依题意，$x=a$ 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点，$\therefore$ 在 $x=a$ 左右附近都是小于零的.

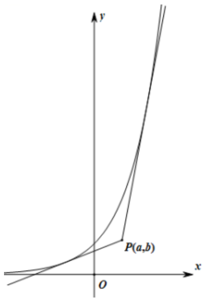
当 $a<0$ 时，由 $x>b$，$f(x)\leq 0$，画出 $f(x)$ 的图象如下图所示：



由图可知 $b<a$，$a<0$，故 $ab>a^2$.

当 $a>0$ 时，由 $x>b$ 时，$f(x)>0$，画出 $f(x)$ 的图象如下图所示：





由图可知 $b>a$，$a>0$，故 $ab>a^2$.

故选：D.综上所述，$ab>a^2$ 成立.

故选：D

变式 2、(2021·福建厦门市高三三模)（多选题）已知正数 a，b 满足 $a+b=3$，则（　　）

A. $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\geqslant 9$　　　　B. $\frac{1}{a}\left(b+\frac{3}{b}\right)\geqslant 2$

C. $\ln a\cdot\ln b<\frac{1}{4}$　　　　D. $2e^a+e^{2b}>21$

【答案】BCD

【分析】利用基本不等式证明不等式，判断选项 AC 的正误；利用 $a=3-b>0$，根据选项 BD 分别构造函数，利用导数研究单调性和最值情况来判断选项 BD 的正误.

【解析】正数a，b满足$a+b=3$，

所以$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)=\frac{1}{3}\left(5+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\right)\geq\frac{1}{3}\left(5+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}\right)=3$，

当且仅当$\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$，即$a=1,b=2$时等号成立，故 A 错误；

由$a=3-b>0$知$0<b<3$，$\frac{1}{a}\left(b+\frac{3}{b}\right)=\frac{1}{3-b}\cdot\frac{b^2+3}{b}=\frac{b^2+3}{(3-b)b}$，

构造函数$f(x)=\frac{x^2+3}{(3-x)x},(0<x<3)$，则$f'(x)=\frac{3(x+3)(x-1)}{x^2(3-x)^2}$，

故$x\in(0,1)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；$x\in(1,3)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.

所以$f(x)=\frac{x^2+3}{(3-x)x}\geq f(1)=\frac{4}{2}=2$，故$0<b<3$时，有$\frac{1}{a}\left(b+\frac{3}{b}\right)=\frac{b^2+3}{(3-b)b}\geq 2$，B 正确；

由$ab\leq\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$，当且仅当$a=b=\frac{3}{2}$时等号成立，故$\ln a+\ln b=\ln ab\leq\ln\frac{9}{4}<\ln e=1$，

故$\ln a\cdot\ln b\leq\left(\frac{\ln a+\ln b}{2}\right)^2=\frac{\ln^2 ab}{4}$，当且仅当$a=b=\frac{3}{2}$时取等号，而$\ln^2 ab<1$，所以$\ln a\cdot\ln b<\frac{1}{4}$，

C 正确；

由$a=3-b>0$知$0<b<3$，$2e^a+e^{2b}=2e^{3-b}+e^{2b}$，构造函数$g(b)=2e^{3-b}+e^{2b}$，

则$g'(b)=-2e^{3-b}+2e^{2b}$，由指数函数性质可知$g'(b)$单调递增，又$g'(1)=0$，

故$b\in(0,1)$时，$g'(b)<0$，$g(b)$单调递减；$b\in(1,3)$时，$g'(b)>0$，$g(b)$单调递增.

故$g(b)\geq g(1)=3e^2>21$，即$2e^a+e^{2b}>21$，D 正确.

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第二章　第 11 讲 指对幂大小比较

研制人：张顺军　　审核人：鲁媛媛

班级：________ 姓名：__________ 学号：_______ 完成日期：2022.6.2（时长：60min）

1.若 $x=\log_5\frac{1}{2}$，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.1}$，$z=2^{\frac{1}{3}}$，则(　　)

A. $x<y<z$　　B. $x<z<y$

C. $y<x<z$　　D. $z<x<y$

2. 已知 $a=\log_2 7$，$b=\log_3 8$，$c=0.3^{0.2}$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$

C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

3.已知 a，b，c 满足 $4^a=6$，$b=\log_{\frac{1}{2}}4$，$c^3=\frac{3}{5}$，则(　　)

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$

C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

4. 设 $a=\frac{\ln 2}{2}$，$b=\frac{\ln 3}{3}$，$c=\frac{\ln 5}{5}$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

5. 若 $a=2^{0.2}$，$b=\sin 2$，$c=\log_2 0.2$，则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $b>c>a$　　D. $c>a>b$

6. 已知奇函数 $f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，$g(x)=xf(x)$，那么(　　)

A. $g\left(\log_3\frac{1}{4}\right)>g(2^{-\frac{3}{2}})>g(2^{-\frac{2}{3}})$

B. $g\left(\log_3\frac{1}{4}\right)>g(2^{-\frac{2}{3}})>g(2^{-\frac{3}{2}})$

C. $g(2^{-\frac{3}{2}})>g(2^{-\frac{2}{3}})>g\left(\log_3\frac{1}{4}\right)$

D. $g(2^{-\frac{2}{3}})>g(2^{-\frac{3}{2}})>g\left(\log_3\frac{1}{4}\right)$

7.若 $\left(\frac{1}{3}\right)^a=\log_3 a$，$3^b=\log_{\frac{1}{3}}b$，$\left(\frac{1}{3}\right)^c=\log_{\frac{1}{3}}c$，则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$

C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

8. 已知函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，对任意两个正数 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，都有 $x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$，记 $a=\frac{1}{2}f(2)$，$b=f(1)$，$c=-\frac{1}{3}f(-3)$，则 a，b，c 之间的大小关系为(　　)

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $c>b>a$　　D. $a>c>b$

9. (多选)以下不等关系中正确的是(　　)

A. $\sqrt{\frac{2}{\mathrm{e}}}>\ln 2$　　B. $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}<\ln 2$

C. $3\mathrm{e}\ln 2>4\sqrt{2}$　　D. $2^{\sqrt{15}}>15$

10. (2021 珠海一模)若 $0<a<b<1$，则下列不等式不成立的是(　　)

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{a}>\left(\frac{1}{2}\right)^{b}$　　B. $\ln a>\ln b$

C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. $\frac{1}{\ln a}>\frac{1}{\ln b}$

11.已知 $0<a<b<1$，则下列不等式不成立的是(　　)

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{a}>\left(\frac{1}{2}\right)^{b}$　　B. $\ln a>\ln b$

C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. $\frac{1}{\ln a}>\frac{1}{\ln b}$

12.已知 $5^5<8^4$, $13^4<8^5$，若 $a=\log_5 3$，$b=\log_8 5$，$c=\log_{13} 8$，则(　　)

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $b<c<a$　　D. c<a<b

13.已知函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上都存在导函数 $f'(x)$，对于任意的实数都有$\frac{f(-x)}{f(x)}=\mathrm{e}^{2x}$，当 $x<0$ 时，$f(x)+f'(x)>0$，若 $a=2f(\ln 2)$，$b=\frac{f(-1)}{\mathrm{e}}$，$c=\frac{1}{4}f\left(\ln\frac{1}{4}\right)$，则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$

C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

★14. 已知函数 $y=f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，且满足下列三个条件：

①对任意的 x_1，$x_2\in[4,8]$，当 $x_1<x_2$ 时，都有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 恒成立；

②$f(x+4)=-f(x)$；　　③$y=f(x+4)$是偶函数.

若 $a=f(6)$，$b=f(11)$，$c=f(2\,025)$，则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

★15. 设 $f\left(x\right)$是定义在 R 上的函数，满足条件 $f\left(x+1\right)=f\left(-x+1\right)$，且当 $x\leq 1$时，$f\left(x\right)=e^{-x}-3$，则 $a=f\left(log_2 7\right)$，$b=f\left(3^{-\frac{2}{3}}\right)$,$c=f\left(3^{-1.5}\right)$的大小关系是______。

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>a>c$　　D．$c>b>a$