**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学假期作业2 2022年6月8日**

1. 单选题
2. 命题“$∀x\in [1,2]$，$2x+\frac{a}{x}\geq 0$”为真命题的一个充分不必要条件是$($    $)$

A. $a\geq −1$ B. $a\geq −2$ C. $a\geq −3$ D. $a\geq −4$

1. 若$x>0,y>0$，且$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2y}=1$，则$2x+y$的最小值为$($    $)$

A. $2$ B. $2\sqrt{3}$ C. ![\dfrac { 1 } { 2 }{ \rm{ + } }\sqrt[] { 3 }]() D. ![4{ \rm{ + } }2\sqrt[] { 3 }]()

1. 已知$f(x)=\left\{\begin{matrix}(2−a)x+3a,x⩽1\\\frac{4}{x},1<x⩽4\\−x^{2}+2ax,x>4\end{matrix}\right.$是$(−\infty ,+\infty )$上的单调函数，那么$a$的取值范围是$($   $)$

A. $(0,\frac{17}{8})$ B. $[2,\frac{17}{8})$ C. $(2,\frac{17}{8})$ D. $(2,\frac{17}{8}]$

1. 中国古代的五音，一般指五声音阶，依次为：宫、商、角、徵、羽；如果把这五个音阶全用上，排成一个$5$个音阶的音序．在所有的这些音序中随机抽出一个音序，则这个音序中宫、羽两音阶在角音阶的同侧的概率为$(    )$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{5}$

1. 已知随机变量$X～N(1,σ^{2})$，且$P(X\leq 0)=P(X\geq a)$，则$(1+ax)^{3}⋅\left(x^{2}+\frac{2}{x}\right)^{5}$的展开式中$x^{4}$的系数为$($     $)$

A. $680$ B. $640$ C. $180$ D. $40$

1. 已知函数$f(x)=−x^{2}+2x+1$，$x\in [0,2]$，函数$g(x)=ax−1$，$x\in [−1,1]$，对于任意$x\_{1}\in [0,2]$，总存在$x\_{2}\in [−1,1]$，使得$g(x\_{2})=f(x\_{1})$成立，则实数$a$的取值范围是$(    )$

A. $(−\infty ,−3]$ B. $[3,+\infty )$
C. $(−\infty ,−3]∪[3,+\infty )$ D. $(−\infty ,−3)∪(3,+\infty )$

二、多选题

1. 已知$x$，$y$为正数，且$xy=1$，$a=x+y$，$b=\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$，下列选项中正确的有$($   $)$

A. $a$的最小值为$2$ B. $b$的最小值为$4$
C. $a+b$的最小值为$5$ D. $ab$的最小值为$9$

1. $《$几何原本$》$卷Ⅱ的几何代数法$($以几何方法研究代数问题$)$成了后世西方数学家处理问题的重要依据$.$通过这一原理，很多代数的公理或定理都能够通过图形实现证明，也称为无字证明$.$现有如图所示图形，点$D$在半圆$O$上，点$C$在直径$AB$上，且$CD⊥AB.$设$AC=a$，$CB=b$，$CE⊥OD$，垂足为$E$，则该图形可以完成的无字证明为$($    $)$

A. $\sqrt{ab}\geq \frac{2ab}{a+b}$ B. $\frac{a+b}{2}\leq \sqrt{\frac{a^{2}+b^{2}}{2}}$
 C. $\frac{a+b}{2}\geq \sqrt{ab}$ D. $a^{2}+b^{2}\geq 2\sqrt{ab}$

1. 一袋中有大小相同的$4$个红球和$2$个白球，给出下列结论，其中所有正确结论的序号是$($     $)$

A. 从中不放回地取球$2$次，每次任取$1$球，则第一次取到白球的概率大于第二次取到白球的概率
 B. 从中不放回地取球$2$次，每次任取$1$球，记事件$A\_{i}(i=1,2)$为“第$i$次取到红球”，$\overline{A\_{i}}(i=1,2)$为“第$i$次取到白球”，则$A\_{2}$发生的概率为$\frac{4}{5}$
 C. 从中有放回地取球$6$次，每次任取一球，则取到白球的次数的方差为$\frac{4}{3}$
 D. 从中有放回地取球$10$次，每次任取一球，取到白球的次数设为$X$，则$P(X=k)$最大时$k$的值为$3$

  三、填空题

1. 若函数$f(x)$为定义在$R$上的奇函数，且在$(0,+\infty )$为减函数，若$f(2)=0$，则不等式$(x−1)f(x−1)<0$的解集为           ．
2. 已知$ab>0$，则$\frac{(a^{2}+4b^{2})^{2}+2(a^{2}+4b^{2})+5}{4ab+1}$的最小值为
3. 如图，在三棱锥$A−BCD$中，$AB=AC=BD=CD=3$，$AD=BC=2$，$M$、$N$分别是$AD$、$BC$的中点，则$\vec{AN}⋅\vec{CM}=$           ．

 四、解答题

1. 已知$\left(2x−1\right)^{n}=a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}+...+a\_{n}x^{n}(n\in N^{∗},n$为常数$)$．
$(1)$求$a\_{0}+a\_{1}+a\_{2}+...+a\_{n}$；
$(2)$我们知道二项式$\left(1+x\right)^{n}$的展开式$\left(1+x\right)^{n}=C\_{n}^{0}+C\_{n}^{1}x+C\_{n}^{2}x^{2}+...+C\_{n}^{n}x^{n}$，若等式两边对$x$求导得$n\left(1+x\right)^{n−1}=C\_{n}^{1}+2C\_{n}^{2}x+3C\_{n}^{3}x^{2}+...+nC\_{n}^{n}x^{n−1}$，令$x=1$得$C\_{n}^{1}+2C\_{n}^{2}+3C\_{n}^{3}+...+nC\_{n}^{n}=n·2^{n−1}$利用此方法解答下列问题：

$①$求$a\_{1}+2a\_{2}+3a\_{3}+...+na\_{n}$；

$②$求$1^{2}a\_{1}+2^{2}a\_{2}+3^{2}a\_{3}+...+n^{2}a\_{n}$

1. 如图，在四棱锥$P−ABCD$中，侧面$PAD$为等边三角形且垂直于底面$ABCD$，$AD//BC$，$AB⊥AD.AB=2BC=4$，点$E$是棱$PD$上的动点$($除端点外$)$，点$F$、$M$分别为$AB$、$CE$的中点．

$(1)$求证：$FM//$平面$PAD$；
$(2)$若直线$EF$与平面$PAD$所成的最大角为$30°$，求平面$CEF$与平面$PAD$所成锐二面角的余弦值．
2. 手机芯片是一种硅板上集合多种电子元器件实现某种特定功能的电路模块，是电子设备中最重要的部分，承担着运输和存储的功能．某公司研发了一种新型手机芯片，该公司研究部门从流水线上随机抽取$100$件手机芯片，统计其性能指数并绘制频率分布直方图$($如图$1)$：



产品的性能指数在$[50,70)$的称为$A$类芯片，在$[70,90)$的称为$B$类芯片，在$[90,110]$的称为$C$类芯片，以这$100$件芯片的性能指数位于各区间的频率估计芯片的性能指数位于该区间的概率．

$($Ⅰ$)$在该流水线上任意抽取$3$件手机芯片，求$C$类芯片不少于$2$件的概率；

$($Ⅱ$)$该公司为了解年营销费用$x($单位：万元$)$对年销售量$y($单位：万件$)$的影响，对近$5$年的年营销费用$x\_{i}$和年销售量$y\_{i}(i=1,2,3,4,5)$数据做了初步处理，得到的散点图如图$2$所示．

$(i)$利用散点图判断，$y=a+bx$和$y=c⋅x^{d}($其中$c$，$d$为大于$0$的常数$)$哪一个更适合作为年营销费用和年销售量的回归方程类型$($只要给出判断即可，不必说明理由$)$；

$(ii)$对数据作出如下处理：令$u\_{i}=lnx\_{i}$，$ν\_{i}=lny\_{i}$，得到相关统计量的值如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$\sum\_{i=1}^{5}x\_{i}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}y\_{i}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}x\_{i}^{2}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}x\_{i}y\_{i}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}u\_{i}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}ν\_{i}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}u\_{i}^{2}$$ | $$\sum\_{i=1}^{5}u\_{i}ν\_{i}$$ |
| $$150$$ | $$725$$ | $$5500$$ | $$15750$$ | $$16$$ | $$25$$ | $$56$$ | $$82.4$$ |

根据$(i)$的判断结果及表中数据，求$y$关于$x$的回归方程；

$(iii)$由所求的回归方程估计，当年营销费用为$100$万元时，年销量$y($万件$)$的预报值．$($参考数据：$e^{3.4}=30)$

参考公式：对于一组数据$\left(u\_{1},ν\_{1}\right)$，$\left(u\_{2},ν\_{2}\right)$，$…$，$\left(u\_{n},ν\_{n}\right)$，其回归直线$ν=α+βu$的斜率和截距的最小二乘估计分别为$\hat{β}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(u\_{i}−\overline{u}\right)\left(v\_{i}−\overline{ν}\right)}{\sum\_{i=1}^{n}\left(u\_{i}−\overline{u}\right)^{2}}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}u\_{i}ν\_{i}−n\overline{u}\overline{ν}}{\sum\_{i=1}^{n}u\_{i}^{2}−n\overline{u}^{2}}$，$\hat{α}=\overline{ν}−\hat{β}\overline{u}.$

1. 已知函数$f(x)=|x|+2|x−a|$．
$(1)$若$a=2$时，求$f(x)$的最小值$m$的值；
$(2)$在$(1)$的条件下，已知非零实数$a$，$b$满足$a^{2}+b^{2}=m$，若不等式$\frac{1}{a^{2}}+\frac{9}{b^{2}}\geq t^{2}−7t$恒成立，求实数$t$的取值范围．
$(3)$若$g(x)=\frac{1}{2}x(f(x)−|x|−2)$，当$a\leq 1$时，对于任意的$x\in [0,t]$，不等式$−1\leq g(x)\leq 6$恒成立，求实数$t$的最大值及此时$a$的值．