

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学期末复习 1

2022 年 6 月 16 日

一、单选题

1. $(x^2+2)(x-1)^{10}$ 的展开式中的常数项为 ()

A. 8 B. 4 C. 3 D. 2

2. “ $0 < x < 1$ ”是“ $\frac{x-1}{x} \leq 0$ ”的 ()A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 马林·梅森(Marin Mersenne, 1588-1648)是 17 世纪法国著名的数学家和修道士,也是当时欧洲科学界一位独特的中心人物.梅森在欧几里得、费马等人研究的基础上对 $2^p - 1$ 作了大量的计算、验证工作,人们为纪念梅森在数论方面的这一贡献,将形如 $2^p - 1$ (其中 p 是素数)的素数,称为梅森素数.在不超过 40 的素数中,随机选取两个不同的数,至少有一个为梅森素数的概率是 ()

A. $\frac{5}{11}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{9}{22}$ D. $\frac{1}{22}$ 4. 已知 $x > 0$, $y > 0$, $x + y = 1$, 则 $\frac{3y}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为__.5. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且当 $x > 0$ 时, $f(x) < f'(x)$, 则 ()A. $f(4) > ef(3)$ B. $f(-4) > e^2 f(-2)$
C. $e^2 f(4) < f(2)$ D. $ef(-4) > f(-3)$

6. 将编号为 1、2、3、4、5 的 5 个小球全部放入 A、B、C 三个盒子内,若每个盒子不空,且放在同一个盒子内的小球编号不相连,则不同的方法总数有 ()

A. 42 B. 36 C. 48 D. 60

二、多选题

7. 设某车间的 A 类零件的质量 m (单位: kg) 服从正态分布 $N(10, \sigma^2)$, 且 $P(m > 10.1) = 0.2$. ()

A. 若从 A 类零件随机选取 2 个, 则这 2 个零件的质量都大于 10kg 的概率为 0.25
B. 若从 A 类零件随机选取 3 个, 则这 3 个零件的质量恰有 1 个小于 9.9kg 的概率为 0.4
C. 若从 A 类零件随机选取 100 个, 则零件质量在 9.9kg~10.1kg 的个数的期望为 60
D. 若从 A 类零件随机选取 100 个, 则零件质量在 9.9kg~10.1kg 的个数的方差为 24

8. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + 3b = 1$, 则 ()

A. $2^{a-3b} > \frac{1}{2}$ B. $\sqrt{a} + \sqrt{3b} \leq \sqrt{2}$
C. $\log_9 a + \log_9 b \geq -\frac{1}{2}$ D. $a^2 + 9b^2 \geq \frac{1}{2}$

9. 下列说法不正确的是 ()

A. 空间中的三个向量, 若有两个向量共线, 则这三个向量一定共面.

B. 直线 l 的方向向量 $\vec{a} = (0, 1, -1)$, 平面 α 的法向量 $\vec{n} = (1, -1, -1)$, 则 $l \perp \alpha$;

C. 已知直线 l 经过点 $A(2, 3, 1)$, $B(0, 1, 0)$ 则 $P\left(\frac{3}{2}, 3, 2\right)$ 到 l 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{4}$

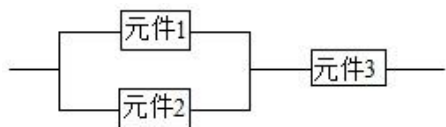
D. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, 则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ 是钝角;

三、填空题

10. 由样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_7, y_7)$ 得到的回归方程为: $y = \frac{3}{7}\sqrt{x} + \hat{a}$, 已知如下数据:

$\sum_{i=1}^7 x_i = 19, \sum_{i=1}^7 y_i = 35, \sum_{i=1}^7 \sqrt{x_i} = \frac{49}{3}$, 则实数 $\hat{a}$ 的值为_____.

11. 某一部件由三个电子元件按如图方式连接而成, 元件 1 或元件 2 正常工作, 且元件 3 正常工作, 则部件正常工作. 元件 1, 元件 2, 元件 3 正常工作的概率分别为 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$, 则这个部件能正常工作的概率为 _____.



12. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 若函数满足 $f(x_0) = x_0$, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的一个不动点, 有下列结论: ① $f(x) = 2x - 3$ 的不动点是 3; ② $f(x) = e^x$ 存在不动点; ③若函数 $f(x)$ 为奇函数, 则其存在奇数个不动点; 若 $f(x)$ 为偶函数, 则其存在偶数个不动点; ④若 $f(x)$ 为周期函数, 则其存在无数个不动点; ⑤若 $f(x)$ 存在不动点, 则 $f(f(x))$ 也存在不动点, 以上结论正确的序号是_____.

四、解答题

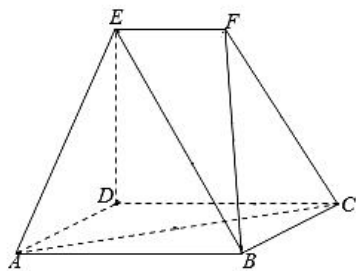
13. 已知条件 $p: A = \{x | x^2 - 4ax + 4a^2 - 1 \leq 0\}$, 条件 $q: B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$. $U = \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $C_U(A \cap B)$.

(2) 若 q 是 p 的必要不充分条件, 求 a 的取值范围.

14. 已知几何体 $ABCDEF$ 中，平面 $ABCD \perp$ 平面 $CDEF$ ， $ABCD$ 是边长为 4 的菱形， $\angle BCD = 60^\circ$ ； $CDEF$ 是直角梯形， $EF \parallel CD$ ， $ED \perp CD$ ，且 $EF = ED = 2$ 。

(1) 求证： $AC \perp BE$ ；(2) 求平面 ADE 与平面 BCF 所成角的余弦值。



15. 2020 年 1 月 10 日，引发新冠肺炎疫情的 $COVID - 9$ 病毒基因序列公布后，科学家们便开始了病毒疫苗的研究过程。但是类似这种病毒疫苗的研制需要科学的流程，不是一朝一夕能完成的，其中有一步就是做动物试验。已知一个科研团队用小白鼠做接种试验，检测接种疫苗后是否出现抗体。试验设计是：每天接种一次，3 天为一个接种周期。已知小白鼠接种后当天出现抗体的概率为 $\frac{1}{2}$ ，假设每次接种后当天是否出现抗体与上次接种无关。

(1) 求一个接种周期内出现抗体次数 k 的分布列；

(2) 已知每天接种一次花费 100 元，现有以下两种试验方案：

①若在一个接种周期内连续 2 次出现抗体即终止本周期试验，进行下一接种周期，试验持续三个接种周期，设此种试验方式的花费为 X 元；②若在一个接种周期内出现 2 次或 3 次抗体，该周期结束后终止试验，已知试验至多持续三个接种周期，设此种试验方式的花费为 Y 元。本着节约成本的原则，选择哪种实验方案。

16. 已知函数 $f(x) = (x+m)e^x$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上是减函数, 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 $m=0$ 时, 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$, $nx \ln(nx) \leq f(2x)$ 恒成立, 求实数 n 的取值范围.