

# 江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学期末复习 5

2022 年 6 月 22 日

## 一、单选题

1. 已知集合  $A = \left\{ x \mid \frac{1}{x} < 1 \right\}$ ,  $B = \{ x \mid \log_2(-x) \leq 1 \}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A.  $(-2, 0]$                       B.  $[0, 2)$                       C.  $(0, 2)$                       D.  $[-2, 0)$
2. 若函数  $f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1$ , 则函数  $g(x) = f(x) - 4x$  的最小值为 ( )
- A.  $-1$                               B.  $-2$                               C.  $-3$                               D.  $-4$
3. 若  $n \in N$  且  $n$  为奇数, 则  $6^n + 6^{(n-1)}C_n^1 + \dots + 6C_n^{n-1} - 1$  被 8 除, 所得的余数是 ( )
- A.  $-1$                               B.  $7$                                 C.  $5$                                 D.  $-3$
4. 一个不透明的口袋内装有若干个形状、质地完全相同的红色和黄色小球, 若事件“第一次摸出红球且第二次摸出黄球”的概率为  $\frac{2}{5}$ , 事件“在第一次摸出红球的条件下, 第二次摸出黄球”的概率为  $\frac{1}{2}$ , 则事件“第一次摸出红球”的概率为 ( )
- A.  $\frac{1}{10}$                               B.  $\frac{1}{5}$                                 C.  $\frac{7}{10}$                               D.  $\frac{4}{5}$
5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-2} + 1, & x \leq 2 \\ |\log_2(x-2)|, & x > 2 \end{cases}$ , 则函数  $F(x) = f(f(x)) - 2f(x) - \frac{5}{4}$  的零点个数是 ( )
- A. 2                                  B. 3                                  C. 4                                  D. 5
6. 已知函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ,  $g(x) = xe^{-x}$ . 若存在  $x_1 \in (0, +\infty)$ ,  $x_2 \in R$ , 使得  $f(x_1) = g(x_2) = k (k < 0)$  成立, 则  $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 e^k$  的最大值为 ( )
- A.  $e^2$                               B.  $e$                                 C.  $\frac{4}{e^2}$                               D.  $\frac{1}{e^2}$

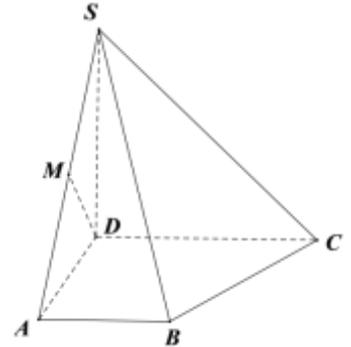
## 二、多选题

7. 下列说法正确的有 ( )
- A. 若随机变量  $X \sim N(1, \sigma^2)$ ,  $P(X < 4) = 0.79$ , 则  $P(X \leq -2) = 0.21$
- B. 若随机变量  $X \sim B(10, \frac{1}{2})$ , 则方差  $D(3X+2) = 22$
- C. 从 10 名男生, 5 名女生中选取 4 人, 则其中至少有一名女生的概率为  $\frac{C_5^1 C_{14}^3}{C_{15}^4}$
- D. 已知随机变量  $X$  的分布列为  $P(X=i) = \frac{a}{i(i+1)}$  ( $i=1, 2, 3$ ), 则  $P(X=2) = \frac{2}{9}$



14. 如图, 四棱锥  $S-ABCD$  的底面是直角梯形,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$   $SD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $M$  是  $SA$  的中点,  $AD = SD = CD = 2AB = 2$ .

- (1) 证明:  $DM \perp$  平面  $SAB$ ;
- (2) 求二面角  $A-SB-C$  的大小;
- (3) 线段  $SC$  上是否存在一点  $E$ , 使得直线  $SA \parallel$  平面  $BDE$ . 若存在, 确定  $E$  点的位置; 若不存在, 说明理由.



15. “绿水青山就是金山银山”的生态文明发展理念已经深入人心, 这将推动新能源汽车产业迅速发展. 下表是近几年我国某地区新能源乘用车的年销售量与年份的统计表:

年份	2014	2015	2016	2017	2018
销量(万台)	8	10	13	25	24

某机构调查了该地区 30 位购车车主的性别与购车种类情况, 得到的部分数据如下表所示:

	购置传统燃油车	购置新能源车	总计
男性车主		6	24
女性车主	2		
总计			30

- (1) 求新能源乘用车的销量  $y$  关于年份  $x$  的线性相关系数  $r$ , 并判断  $y$  与  $x$  是否线性相关;
- (2) 请将上述  $2 \times 2$  列联表补充完整, 并判断是否有 90% 的把握认为购车车主是否购置新能源乘用车与性别有关;
- (3) 若以这 30 名购车车主中购置新能源乘用车的车主性别比例作为该地区购置新能源乘用车的车主性别比例, 从该地区购置新能源乘用车的车主中随机选取 50 人, 记选到女性车主的人数为  $X$ , 求  $X$  的数学期望与方差.

参考公式: 
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad \chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中  $n = a + b + c + d = \sqrt{635} \approx 25$ , 若  $r > 0.9$ , 则可判断  $y$  与  $x$  线性相关.

附表:

$P(\chi^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

16. 已知函数  $f(x) = \ln x - mx^2 + (1 - 2m)x + 1$ .

- (1) 若  $m = 1$ , 求  $f(x)$  的极值;
- (2) 若对任意  $x > 0$ ,  $f(x) \leq 0$  恒成立, 求整数  $m$  的最小值.

