

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学期末复习 3

2022 年 6 月 20 日

一. 单选题

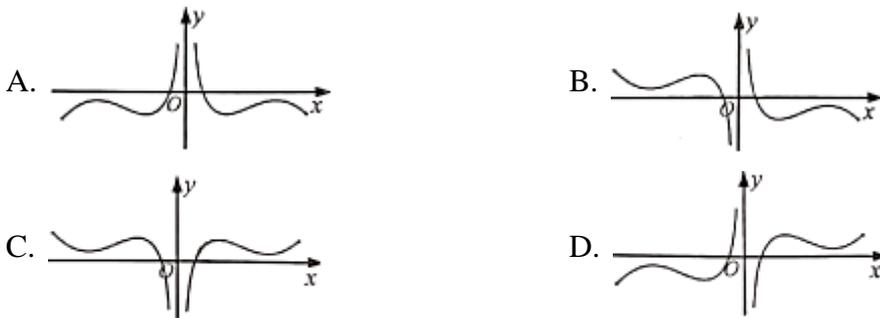
1. 为了提升全民身体素质, 学校十分重视学生体育锻炼, 某校篮球运动员进行投篮练习. 如果他前一球投进则后一球投进的概率为 $\frac{3}{4}$; 如果他前一球投不进则后一球投进的概率为 $\frac{1}{4}$. 若他第1球投进的概率为 $\frac{3}{4}$, 则他第2球投进的概率为()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{9}{16}$

2. 已知离散型随机变量 X 服从二项分布 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 4$, $D(X) = q$, 则 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ 的最小值为()

- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 4

3. 函数 $y = \ln|x| + \cos x$ 的大致图象是()



4. 已知变量 x, y 的关系可以用模型 $y = c \cdot e^{kx}$ 拟合, 设 $z = \ln y$, 其变换后得到一组数据如下:

x	16	17	18	19
z	50	34	41	31

由上表可得线性回归方程 $\hat{z} = -4x + \hat{a}$, 则 $c =$ ()

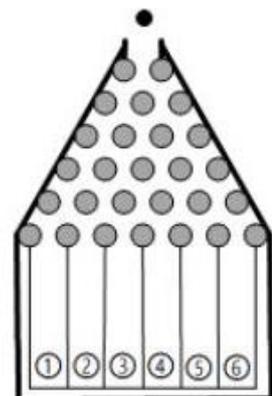
- A. -4 B. e^{-4} C. 109 D. e^{109}

5. 如图是一块高尔顿板示意图: 在一块木板上钉着若干排互相平行但相互错开的圆柱形小木块, 小木块之间留有适当的空隙作为通道, 小球从上方的通道口落下后, 将与层层小木块碰撞, 最后掉入下方的某一个球槽内. 若小球下落过程中向左、向右落下的机会均等, 则小球最终落入②号球槽的概率为()

- A. $\frac{3}{32}$ B. $\frac{5}{32}$ C. $\frac{15}{64}$ D. $\frac{5}{16}$

6. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)$ 为偶函数, 且当 $x > 1$ 时, 有 $xf'(x) + f(x) > f'(x)$, 若 $f(2) = 1$, 则不等式 $f(x) < \frac{1}{x-1}$ 的解集是()

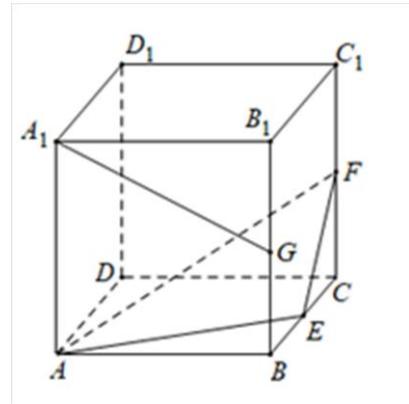
- A. (1,2) B. $(-\infty, 0)$
C. $(0,1) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1,2)$



二. 多选题

7. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, E, F, G 分别为 BC, CC_1, BB_1 的中点. 则()

- A. 直线 D_1D 与直线 AF 不垂直
- B. 直线 A_1G 与平面 AEF 平行
- C. 平面 AEF 截正方体所得的截面面积为 $\frac{9}{8}$
- D. 点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离相等



8. 对于 $(x^2 - \frac{3}{x})^6$ 的展开式, 下列说法正确的是()
- A. 所有项的二项式系数和为64
 - B. 所有项的系数和为64
 - C. 常数项为1215
 - D. 二项式系数最大的项为第3项

9. 设函数 $f(x) = x \ln x, g(x) = \frac{1}{2}x^2$, 给定下列命题, 其中正确的是()

- A. 若方程 $f(x) = k$ 有两个不同的实数根, 则 $k \in (-\frac{1}{e}, 0)$
- B. 若方程 $kf(x) = x^2$ 恰好只有一个实数根, 则 $k < 0$;
- C. 若 $x_1 > x_2 > 0$, 总有 $m[g(x_1) - g(x_2)] > f(x_1) - f(x_2)$ 恒成立, 则 $m \geq 1$
- D. 若函数 $F(x) = f(x) - 2ag(x)$ 有两个极值点, 则实数 $a \in (0, \frac{1}{2})$

三. 填空题

10. 已知 $n \in N^*$, 满足 $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 243$, 则 $(x^2 + x + y)^n$ 的展开式中 x^5y^2 的系数为_____.

11. 春节临近, 某火车站三个安检入口每天通过的旅客人数(单位: 人)均服从正态分布 $N(1000, \sigma^2)$, 若 $P(900 < X \leq 1100) = 0.6$, 假设三个安检入口均能正常工作, 则这三个安检入口每天至少有两个超过1100人的概率为_____.

12. 设函数 $f(x) = e^x(x - 1)$, 函数 $g(x) = mx$, 若对于任意的 $x_1 \in [-2, 2]$, 总存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使得 $f(x_1) > g(x_2)$, 则实数 m 的取值范围是_____.

四. 解答题

13. 设全集为 $R, A = \{x | (ax + 4)(x - 2a + 3) > 0, a > 0\}, B = \{x | y = \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}\}$.

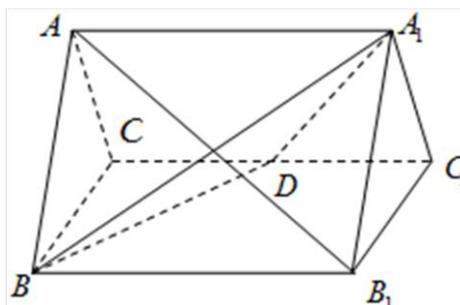
- (I) 若 $a = 2$, 求 $A \cap B, (\complement_R A) \cup (\complement_R B)$;
- (II) 若“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

14. 如图，正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长都为2， D 为 CC_1 的中点.

(1) 求证: $AB_1 \perp$ 平面 A_1BD ;

(2) 求二面角 $A - A_1D - B$ 的正弦值;

(3) 求点 C 到平面 A_1BD 的距离.



15. 某中学高三年级组为了解学生主动预习与学习兴趣是否有关，随机抽取一个容量为 n 的样本进行调查. 调查结果表明，主动预习的学生占样本容量的 $\frac{13}{15}$ ，学习兴趣高的学生占样本容量的 $\frac{2}{3}$ ，主动预习且学习兴趣高的学生占样本容量的 $\frac{3}{5}$.

(1) 完成下面 2×2 列联表. 若有 97.5% 的把握认为主动预习与学习兴趣有关，求样本容量 n 的最小值;

	学习兴趣高	学习兴趣一般	合计
主动预习	$\frac{3}{5}n$		$\frac{13}{15}n$
不太主动预习			
合计	$\frac{2}{3}n$		n

(2) 该校为了提高学生的数学学习兴趣，用分层抽样的方法从“学习兴趣一般”的学生中抽取 10 人，组成数学学习小组，现从该小组中随机抽取 3 人进行摸底测试，记 3 人中“不太主动预习”的人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(X^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.076	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

16. 已知函数 $f(x) = \ln x - mx + 1$, $g(x) = x(e^x - 2)$.

(1) 若 $f(x)$ 的最大值是 0, 求 m 的值;

(2) 若对其定义域内任意 x , $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.