**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学假期作业1 2022年6月7日**

一、单选题

1. 设$A=\{x|x^{2}−8x+15=0\}$，$B=\{x|ax−1=0\}$，若$A∩B=B$，求实数$a$组成的集合的子集个数$($    $)$

A. $2$ B. $3$ C. $4$ D. $8$

1. 下列四个说法中，错误的是$($     $)$

$①$若$a$，$b$均为正数，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$

$②$若$x\in (0,\frac{π}{2})$，则$sinx+\frac{1}{sinx}$的最小值为$2$

$③$若$a>b>1$，则$\frac{b−1}{a−1}>\frac{b}{a}$

$④a>b>0$，则$a+\frac{1}{b}>b+\frac{1}{a}$

A. $①②③$ B. $①③$ C. $②③$ D. $②④$

1. 已知$f(x)$是定义域为的奇函数，满足$f(1−x)=f(1+x)$，若$f(1)=2$，则         $)$

A. $−50$ B. $0$ C. $2$ D. $50$

1. 若定义在$R$的奇函数$f(x)$在$(−\infty ,0)$单调递减，且$f(2)=0$，则满足$xf(x−1)\geq 0$的$x$的取值范围是$(     )$

A. $[−1,1]∪[3,+\infty )$ B. $[−3,−1]∪[0,1]$
C. $[−1,0]∪[1,+\infty )$ D. $[−1,0]∪[1,3]$

1. 为弘扬我国古代的“六艺文化”，某夏令营主办单位计划利用暑期开设“礼”“乐”“射”“御”“书”“数”六门体验课程，每周一门，连续开设六周，则下列说法不正确的是$(     )$

A. 某学生从中选$2$门课程学习，共有$15$种选法
B. 课程“乐”“射”排在不相邻的两周，共有$240$种排法
C. 课程“御”“书”“数”排在相邻的三周，共有$144$种排法
D. 课程“礼”排在第一周，课程“数”不排在最后一周，共有$96$种排法

1. 在体育选修课排球模块基本功$($发球$)$测试中，计分规则如下$($满分为$10$分$)$：$①$每人可发球$7$次，每成功一次记$1$分；$②$若连续两次发球成功加$0.5$分，连续三次发球成功加$1$分，连续四次发球成功加$1.5$分，以此类推，$…$，连续七次发球成功加$3$分．假设某同学每次发球成功的概率为$\frac{2}{3}$，且各次发球之间相互独立，则该同学在测试中恰好得$5$分的概率是$($  $)$

A. $\frac{2^{6}}{3^{5}}$ B. $\frac{2^{5}}{3^{5}}$ C. $\frac{2^{6}}{3^{6}}$ D. $\frac{2^{5}}{3^{6}}$

二、多选题

1. 已知不等式$ax^{2}+bx+c>0$的解集为$\{x|−\frac{1}{2}<x<2\}$，则下列结论正确的是$($    $)$

A. $a>0$ B. $b>0$ C. $c>0$ D. $a+b+c>0$

1. 已知$x>0$，$y>0$，且$2x+y=2$，若$\frac{mxy}{m−1}\leq x+2y$对任意的$x>0$，$y>0$恒成立，则实数$m$的可能取值为$(     )$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{10}{7}$ D. $2$

1. 已知定义在$R$上的函数$f(x)$满足$f(x)−f(−x)=0$，$f(x+2)−f(x)=0$，且当$x\in [0,1]$时，$f(x)=−2(x−1)^{2}$，若函数$y=f(x)−log\_{a}(x+1)$在$(0,+\infty )$上至少有三个不同的零点，则下列结论正确的是$(     )$

A. $f(x)$的图象关于直线$x=−1$对称 B. 当$x\in [4,5]$时，$f(x)=−2(x−5)^{2}$
C. 当$x\in [2,3]$时，$f(x)$单调递减 D. $a$的取值范围是$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$

  三、填空题

1. 已知$A=\{x|x^{2}−x−2=0\}$，$B=\{x|x^{2}+4x+p=0\}$，若$B⊆A$，则实数$p$的取值范围是           ．
2. 已知关于$x$的一元二次不等式$bx^{2}−2x−a>0$的解集为$\{x|x\ne c\}(a,b,c\in R)$，则$\frac{a^{2}+b^{2}+8}{b+c}(b+c\ne 0)$的最小值是            ．
3. 如图，$60°$的二面角的棱上有$A$，$B$两点，直线$AC$，$BD$分别在这个二面角的两个半平面内，且都垂直于$AB.$已知$AB=2$，$AC=3$，$BD=4$，则$CD$的长为           ．

四、解答题

1. 已知在$(\sqrt[3]{x^{2}}+3x^{2})^{n}$的展开式中各项系数的和比它的二项式系数的和大$992$．

$(1)$求$n$的值；

$(2)$求展开式中$x^{6}$的项；

$(3)$求展开式中系数最大的项．

1. 在四棱锥$P−ABCD$中，$AB//CD$，$AB=2CD=2BC=2AD=4$，$∠DAB=60°$，$AE=BE$，$△PAD$为正三角形，且平面$PAD⊥$平面$ABCD$．
$(1)$求二面角$P−EC−D$的余弦值；
$(2)$线段$PC$上是否存在一点$M$，使得异面直线$DM$和$PE$所成的角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{8}？$若存在，指出点$M$的位置；若不存在，请说明理由．



1. 水污染现状与工业废水排放密切相关，某工厂深入贯彻科学发展观，努力提高污水收集处理水平，其污水处理程序如下：原始污水必先经过$A$系统处理，处理后的污水$(A$级水$)$达到环保标准$($简称达标$)$的概率为$p(0<p<1).$经化验检测，若确认达标便可直接排放；若不达标则必须进行$B$系统处理后直接排放$.$某厂现有$4$个标准水量的$A$级水池，分别取样、检测．多个污水样本检测时，既可以逐个化验，也可以将若干个样本混合在一起化验．混合样本中只要有样本不达标，则混合样本的化验结果必不达标．若混合样本不达标，则该组中各个样本必须再逐个化验；若混合样本达标，则原水池的污水直接排放．

现有以下四种方案：

方案一：逐个化验；

方案二：平均分成两组化验；

方案三：三个样本混在一起化验，剩下的一个单独化验；

方案四：四个样本混在一起化验．

化验次数的期望值越小，则方案越“优”．

$($Ⅰ$)$若$p=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，求$2$个$A$级水样本混合化验结果不达标的概率；

$($Ⅱ$)(ⅰ)$若$p=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，现有$4$个$A$级水样本需要化验，请问：方案一、二、四中哪个最“优”$⋅$

(ⅱ)若“方案三”比“方案四”更“优”，求$p$的取值范围．

1. 同时定义在$D$上的函数$f(x)$，$g(x)$，如果满足对任意$x\in D$，$f(x)>0$，$g(x)>0$恒成立，且$f(x)$，$g(x)$具有相同的单调性，则乘积函数$y=f(x)⋅g(x)$也是$D$上的单调函数．

已知函数$f(x)=lnx$，$g(x)=x⋅e^{x−2}$．

$(1)$试判断函数$y=f(x)⋅g(x)$在区间$(1,2]$上的单调性，并求出其值域；

$(2)$若函数$g(x)$在$[2,+\infty )$上满足不等式$[g(x)]^{2}\geq ax^{2}+x⋅g(x)$恒成立，求实数$a$的取值范围；

$(3)$已知$x\_{0}$是关于$x$的方程$x⋅g(x)+f(x)−2=0$的实数根，求$e^{2−x\_{0}}+lnx\_{0}$的值．