

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第一章 第2讲 充要条件

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：2022.5.9

【本课在课程标准中的表述】

- ①通过对典型数学命题的梳理，理解必要条件的意义，理解性质定理与必要条件的关系。
- ②通过对典型数学命题的梳理，理解充分条件的意义，理解判定定理与充分条件的关系。
- ③通过对典型数学命题的梳理，理解充要条件的意义，理解数学定义与充要条件的关系。

【课前热身】

1. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $ab \neq 0$ ，则 $ab > 1$ 是 $a > \frac{1}{b}$ 的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. (多选题) 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则 $x > 2$ 的一个必要不充分条件是()
A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x > -1$ D. $x > 3$
3. 直线 $x - y - k = 0$ 与圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 2$ 有两个不同交点的充要条件是_____.
4. (2021·浙江卷) 已知非零向量 a, b, c ，则 “ $a \cdot c = b \cdot c$ ” 是 “ $a = b$ ” 的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
5. 设 $m \in \mathbf{R}$ ，则关于 x 的方程 $x^2 + 4x + 2 = m$ 有解的一个必要不充分条件是()
A. $m > -2$ B. $m < -2$ C. $m > -3$ D. $m < -3$
6. “ $a = 1$ ” 是 “函数 $f(x) = \frac{e^x}{a} - \frac{a}{e^x}$ 是奇函数” 的_____条件.

【知识梳理】

【典例探究】

考点一 充分、必要条件的判定

例 1. (1) 若 $a > 0, b > 0$, 则 “ $a + b \leq 4$ ” 是 “ $ab \leq 4$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(2) “ $a > 2, b > 2$ ” 是 “ $a + b > 4, ab > 4$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

考点二 充分、必要条件的应用

例 2.(1) 已知集合 $A = \left\{ y \mid y = x + \frac{1}{x}, x \in \left(\frac{1}{2}, 2 \right) \right\}$, $B = \{ x \mid x + m^2 \geq 6 \}$. 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的充分不必要条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

(2) 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{1}{2} < 2^x < 8, x \in \mathbf{R} \right\}$, $B = \{ x \mid -1 < x < m + 1, x \in \mathbf{R} \}$, 若 $x \in B$ 成立的一个充分不必要条件是 $x \in A$, 则实数 m 的取值范围是_____.

考点三 充要条件的探求

例 3 已知两个关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x + 4 = 0$ 和 $x^2 - 4mx + 4m^2 - 4m - 5 = 0$, 求两方程的根都是整数的充要条件.

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第一章 第 2 讲 充要条件

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 完成日期：2022.5.9 (时长：60min)

一、单选题

- 《左传》有记载：“皮之不存，毛将焉附？”则“有毛”是“有皮”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- “ $|x-1|<2$ ”是“ $x<3$ ”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- “ $x<0$ ”是“ $\ln(x+1)<0$ ”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- 若“ $x>1$ ”是“不等式 $2^x>a-x$ 成立”的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是()
A. $a>3$ B. $a<3$ C. $a>4$ D. $a<4$
- 已知 $p: x\geq k$, $q: (x+1)(2-x)<0$, 如果 p 是 q 的充分不必要条件，则实数 k 的取值范围是()
A. $[2, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$
- ★6. (2021 深圳模拟)对于任意实数 x , $\langle x \rangle$ 表示不小于 x 的最小整数，例如 $\langle 1.1 \rangle = 2$, $\langle -1.1 \rangle = -1$, 那么“ $|x-y|<1$ ”是“ $\langle x \rangle = \langle y \rangle$ ”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

二、多选题

- (多选)若 $x^2-x-2<0$ 是 $-2<x<a$ 的充分不必要条件，则实数 a 的值可以是()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (多选)下列说法正确的是()
A. “ $ac=bc$ ”是“ $a=b$ ”的充分不必要条件
B. “ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ”是“ $a<b$ ”的既不充分也不必要条件
C. 若“ $x\in A$ ”是“ $x\in B$ ”的充分条件，则 $A\subseteq B$
D. “ $a>b>0$ ”是“ $a^n>b^n(n\in\mathbf{N}, n\geq 2)$ ”的充要条件

三、填空题

- 已知命题 $p: \frac{1}{a}>\frac{1}{4}$, 命题 $q: \forall x\in\mathbf{R}, ax^2+ax+1>0$, 则 p 成立是 q 成立的_____条件. (选填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分又不必要”)
- 已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数，则“ $x_1+x_2=0$ ”是“ $f(x_1)+f(x_2)=0$ ”的_____条件. (选填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分又不必要”)
- 若实数 a, b 满足 $a>0, b>0$, 则“ $a>b$ ”是“ $a+\ln a>b+\ln b$ ”成立的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分又不必要”)
- 已知 p : 实数 m 满足 $3a<m<4a(a>0)$, q : 方程 $\frac{x^2}{m-1}+\frac{y^2}{2-m}=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆，若 p 是 q 的

充分条件, 则 a 的取值范围是_____.

★13. 已知集合 $A = \left\{ x \left| \left(\frac{1}{3} \right)^{x^2-x-6} \leq 1 \right. \right\}$, $B = \{x | \log_3(x+a) \geq 1\}$, 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要不充分条件,

则实数 a 的取值范围是_____.

★14. 已知 $r > 0$, $x, y \in \mathbf{R}$, $p: |x| + \frac{|y|}{2} \leq 1$, $q: x^2 + y^2 \leq r^2$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则实数 r 的取值范围是_____.

四、解答题

15. 已知命题 “ $\forall x \in \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, 都有不等式 $x^2 - x - m < 0$ 成立” 是真命题.

(1) 求实数 m 的取值集合 B ;

(2) 设不等式 $x^2 - (4a+2)x + 3a^2 + 6a < 0$ 的解集为 A , 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

16. 已知非空集合 $P = \{x | a+1 \leq x \leq 2a+1\}$, $Q = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$.

(1) 若 $a=3$, 求 $(\complement_{\mathbf{R}} P) \cap Q$;

(2) 若 “ $x \in P$ ” 是 “ $x \in Q$ ” 的充分条件但不是必要条件, 求实数 a 的取值范围.