江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（35）

班级 姓名 学号

1.如图，正方形与直角梯形所在平面互相垂直，，，，

(1)求证：平面；

(2)求二面角的正切值；

(3)求点到平面的距离．



午间练习（35） 参考答案

(1)正方形中，令，取*BE*中点*G*，连接*FG*，*OG*，如图，

*O*是*AC*，*BD*中点，则*OG*//*DE*，且，而*AF*//*DE*，*DE*=2*AF*，

则有*AF*//*OG*，且*OG*=*AF*，四边形*AFGO*是平行四边形，有*FG*//*OA*，又平面*BEF*，平面*BEF*，

所以*AO*//平面*BEF*，即*AC*//平面*BEF*．

(2)因平面平面，平面平面，而∠*ADE*=90°，即，

平面，因此有平面，而，即两两垂直，

以*D*为原点，射线分别为*x*，*y*，*z*轴非负半轴，建立空间直角坐标系，如图，



则有，，

设平面*BDF*的法向量，则，令，得，

而平面*ADF*的法向量，显然二面角的大小为锐角，设为，

则有，，有，

所以二面角的正切值是.

(3)设平面*BEF*的法向量，由（2）知，，

则，令，得，又，

所以点*D*到平面*BEF*的距离.

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（36）

班级 姓名 学号

1.平行四边形所在的平面与直角梯形所在的平面垂直，∥，，且为的中点.

(1)求证：；

(2)求点到平面的距离；

(3)若直线上存在点，使得直线所成角的余弦值为，求直线与平面成角的大小.



午间练习（36）参考答案

(1)中，，

由余弦定理得，，

，，

平面平面，平面平面＝，平面，

平面，.

(2)以*A*为原点，所在直线为轴建立空间直角坐标系.

则，

则，，

设平面的法向量为，

则，即，取，

∴点到平面的距离；

(3)，，，，

设点坐标，，

∵*E*、*H*、*F*三点共线，∴，，∴，

∴，解得，，

设平面的法向量为，则，即，令，则，

设直线与平面成的角为，

，

∴直线与平面成的角为.

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（37）

班级 姓名 学号

1．如图，在多面体中，平面⊥平面，，，DEAC，AD=BD=1.

(Ⅰ)求AB的长；

(Ⅱ)已知，求点E到平面BCD的距离的最大值.



午间练习（37）参考答案

详解：(Ⅰ)∵平面ABD⊥平面ABC，且交线为AB，而AC⊥AB，∴AC⊥平面ABD.

又∵DE∥AC，∴DE⊥平面ABD，从而DE⊥BD.

注意到BD⊥AE，且DE∩AE=E，∴BD⊥平面ADE，于是，BD⊥AD.

而AD=BD=1，∴.

(Ⅱ)∵AD=BD，取AB的中点为O，∴DO⊥AB.

又∵平面ABD⊥平面ABC，∴DO⊥平面ABC.

过O作直线OY∥AC，以点O为坐标原点，直线OB，OY，OD分别为轴，建立空间直角坐标系，如图所示.

记，则，，

，，，.

令平面BCD的一个法向量为.

由得.令，得.

又∵，∴点E到平面BCD的距离.

∵，∴当时，取得最大值，.



江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（38）

班级 姓名 学号

1．如图所示，在四棱锥*P*-*ABCD*中，*AB*//*CD*，，，点*E*，*F*分别为*CD*，*AP*的中点．

(1)证明:*PC*//平面*BEF*；

(2)若*PA**PD*，且*PA*=*PD*，面*PAD*面*ABCD*，求二面角*C*-*BE*-*F*的余弦值．

 

午间练习（38）参考答案

 (1)证明：连接，交于，连接，

点为的中点，，

，，，

，，即点为的中点，

又为的中点，，

面，面，

面．

(2)取的中点，连，，



，，

面面，面面，

面，，

，，．

以，，所在的直线分别为、、轴建立如图所示的空间直角坐标系，

设，则，0，，，，0，，，

，，

面，面的一个法向量为，

设面的法向量为，则，即，

令，则，，，，，

，

由图可知，二面角为钝角，故二面角的余弦值为．

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（39）

班级 姓名 学号

1．如图，三角形*ABC*是边长为3的等边三角形，*E*，*F*分别在边*AB*，*AC*上，且，*M*为*BC*边的中点，*AM*交*EF*于点*O*，沿*EF*将三角形*AEF*折到*DEF*的位置，使．

(1)证明：平面*EFCB*；

(2)若平面*EFCB*内的直线平面*DOC*，且与边*BC*交于点*N*，问在线段*DM*上是否存在点*P*，使二面角*P*—*EN*—*B*的大小为60°？若存在，则求出点*P*；若不存在，请说明理由．

 

午间练习（39）参考答案

 (1)证明：在中，易得，，，

由，得，

又，，，

又为中点，，，

因为，平面，

平面.

(2)解：连接，过作交于，平面，平面，则平面，

又，四边形为平行四边形，，

如图建立空间直角坐标系设，

由题得平面的法向量为.

设平面的法向量为，

由题得,

所以，所以.

由题得,所以,

所以，所以，

因为二面角*P*—*EN*—*B*的大小为60°，

所以，解之得（舍去）或.

此时.

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（40）

班级 姓名 学号

1.如图，在直三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$中，底面是等腰直角三角形，$AC=BC=2$，$CC\_{1}>AC,$异面直线$AC\_{1}$与$BA\_{1}$所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{30}}{10}$，
$(1)$求三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$的高；

$(2)$设$D$为线段$A\_{1}B\_{1}$的中点，求二面角$A-C\_{1}D-A\_{1}$的正弦值；

$(3)$求点$B\_{1}$到平面$AC\_{1}D$的距离．



午间练习（40）参考答案

$(1)$以$C$为原点，$CA$为$x$轴，$CB$为$y$轴，$CC\_{1}$为$z$轴建立空间直角坐标系，
设$CC\_{1}=c$，则$A\left(2,0,0\right)$，$B\left(0,2,0\right)$，$B\_{1}\left(0,2,c\right)$，$A\_{1}\left(2,0,c\right)$，$C\_{1}(0,0,c)$，
$∴\vec{AC\_{1}}=\left(-2,0,c\right)$，$\vec{BA\_{1}}=(2,-2,c)$，$∴cos⟨\vec{AC\_{1}},\vec{BA\_{1}}⟩=\frac{|\vec{AC\_{1}}⋅\vec{B\_{1}A}|}{|\vec{AC\_{1}}||\vec{B\_{1}A}|}$，
$∵CC\_{1}>AC$，$∴c>2$，解得$c=4$，$∴CC\_{1}=4$，
故三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$的高为$4$．
$(2)∵D$ 为线段$A\_{1}B\_{1}$的中点，$∴D\left(1,1,4\right)$
$∵$ 三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$为直三棱柱，
$∴AA\_{1}⊥平面A\_{1}B\_{1}C\_{1}$，
$∴\vec{AA\_{1}}$为$平面A\_{1}B\_{1}C\_{1}$的法向量，$∴\vec{AA\_{1}}=\left(0,0,4\right)$
设平面$AC\_{1}D$的法向量为$\vec{n}=\left(x,y,z\right)$
$∵\vec{AC\_{1}}=\left(-2,0,4\right)$，$\vec{AD}=\left(-1,1,4\right)$
$∴\left\{\begin{matrix}-2x+4z=0\\-x+y+4z=0\end{matrix}\right.$ 令$z=1$则$x=2$，$y=-2$，
$∴\vec{n}=\left(2,-2,1\right)$，
$∴cos\left⟨\vec{AA\_{1}},\vec{n}\right⟩=\frac{\vec{AA\_{1}}⋅\vec{n}}{\left|\vec{AA\_{1}}\right|\left|\vec{n}\right|}=\frac{4}{4\sqrt{4+4+1}}=\frac{1}{3}$，
则二面角$A-C\_{1}D-A\_{1}$的正弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$．
$(3)$由$(2)$知平面$AC\_{1}D$的法向量$\vec{n}=\left(2,-2,1\right)$，$\vec{AB\_{1}}=\left(-2,2,4\right)$
点$B\_{1}$到平面$AC\_{1}D$的距离$d=\frac{\left|\vec{n}⋅\vec{AB\_{1}}\right|}{\left|\vec{n}\right|}=\frac{4}{3}$
点$B\_{1}$到平面$AC\_{1}D$的距离为$\frac{4}{3}$

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（41）

班级 姓名 学号

1．如图，四棱锥中，平面，且四边形中，，，二面角的大小为，且．

(1)求证：平面平面； (2)求直线与平面所成角的正弦值．

 

午间练习（41）参考答案

(1)证明：平面，平面，

∵∴

∵，平面

平面，平面平面.

(2)，，二面角的平面角即为，

∵平面，平面       ∴

∵，∴，，

过作于点，由（1）中平面平面，交线为，则平面，连接



即为所求线面角，

而，由勾股定理可得：，在△*CQM*中，过点*Q*作*QN*⊥*AC*于点*N*，则，因为，所以，是等腰直角三角形，所以，，由余弦定理得：，由勾股定理得：，



即与平面所成角正弦值为．

江苏省仪征中学2021-2022学年第二学期高二数学午间练习（42）

班级 姓名 学号

1.在三棱锥$S-ABC$中，$△ABC$是边长为$4$的正三角形，平面$SAC⊥$平面$ABC$，$SA=SC=2\sqrt{3}$，$M$、$N$分别为$AB$、$SB$的中点．
$\left(1\right)$证明：$AC⊥SB$；
$\left(2\right)$求二面角$N-CM-B$的正切值；
$(3)$求点$B$到平面$CMN$的距离．

午间练习（42）参考答案

解法$1$：$(1)$取$AC$中点$D$，连接$SD$、$DB$．
$∵SA=SC$，$AB=BC$，$∴SD⊥AC$，$BD⊥AC$，且$SD⋂BD=D$，
$∴AC⊥$平面$SDB$，又$SB⊂$平面$SDB$，
$∴AC⊥SB$．
$(2)∵AC⊥$平面$SDB$，$AC⊂$平面$ABC$，
$∴$平面$SDB⊥$平面$ABC$，且平面$SDB⋂$平面$ABC=BD$．
过$N$作$NE⊥BD$于$E$，则$NE⊥$平面$ABC$，
过$E$作$EF⊥CM$于$F$，连接$NF$，
则$NF⊥CM$，$∠NFE$为二面角$N-CM-B$的平面角．
$∵$平面$SAC⊥$平面$ABC$，$SD⊥AC$，平面$SAC⋂$平面$ABC=AC$，
$∴SD⊥$平面$ABC$．
又$NE⊥$平面$ABC$，$∴NE//SD$．
$∵SN=NB$，
$∴NE=\frac{1}{2}SD=\frac{1}{2}\sqrt{SA^{2}-AD^{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{12-4}=\sqrt{2}$，且$ED=EB$．
在正$△ABC$中，$EF=\frac{1}{4}MB=\frac{1}{2}$，
在$Rt△NEF$中，$tan∠NFE=\frac{EN}{EF}=2\sqrt{2}$
$∴$二面角$N-CM-B$的正切值为$2\sqrt{2}$．
$(3)$在$Rt△NEF$中，$NF=\sqrt{EF^{2}+EN^{2}}=\frac{3}{2}$，
$∴S\_{△CMN}=\frac{1}{2}CM⋅NF=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，
$S\_{△CMB}=\frac{1}{2}BM⋅CM=2\sqrt{3}$．
设点$B$到平面$CMN$的距离为$h$，
$∵V\_{B-CMN}=V\_{N-CMB}$，$NE⊥$平面$CMB$，
$∴\frac{1}{3}S\_{△CMN}⋅h=\frac{1}{3}S\_{△CMB}⋅NE$，
$∴h=\frac{S\_{△CMB}⋅NE}{S\_{△CMN}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$．
即点$B$到平面$CMN$的距离为$\frac{4\sqrt{2}}{3}$．

解法$2$：$(1)$取$AC$中点$O$，连接$OS$、$OB$．
$∵SA=SC$，$AB=BC$，
$∴AC⊥SO$，$AC⊥BO$．
$∵$平面$SAC⊥$平面$ABC$，平面$SAC∩$平面$ABC=AC$，
$∴SO⊥$平面$ABC$，$∴SO⊥BO$．
如图所示建立空间直角坐标系$O-xyz$，
则$A(2,0,0)$，$B(0,2\sqrt{3},0)$，$C(-2,0,0)$，$S(0,0,2\sqrt{2})$，
$∴\vec{AC}=(-4,0,0)$，$\vec{SB}=(0,2\sqrt{3},-2\sqrt{2})$，
$∵\vec{AC}⋅\vec{SB}=(-4,0,0)⋅(0,2\sqrt{3},-2\sqrt{2})=0$，
$∴AC⊥SB$．
$(2)∵M(1,\sqrt{3},0)$，$N(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$，
又$C(-2,0,0)$，$∴\vec{CM}=(3,\sqrt{3},0)$，$\vec{MN}=(-1,0,\sqrt{2})$．
设$\vec{n}=(x,y,z)$为平面$CMN$的一个法向量，
则$\left\{\begin{matrix}\vec{CM}⋅\vec{n}=3x+\sqrt{3}y=0\\\vec{MN}⋅\vec{n}=-x+\sqrt{2}z=0\end{matrix}\right.$，
取$z=1$，$x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{6}$，
$∴\vec{n}=(\sqrt{2},-\sqrt{6},1)$．
又$\vec{OS}=(0,0,2\sqrt{2})$为平面$ABC$的一个法向量，
$∴cos<\vec{n},\vec{OS}>=\frac{\vec{n}⋅\vec{OS}}{|\vec{n}|⋅|\vec{OS}|}=\frac{1}{3}$，
得$sin<\vec{n},\vec{OS}>=\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$∴tan<\vec{n},\vec{OS}>=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}}=2\sqrt{2}$．
即二面角$N-CM-B$的正切值为$2\sqrt{2}$．
$(3)$由$(1)(2)$得$\vec{MB}=(-1,\sqrt{3},0)$，
又$\vec{n}=(\sqrt{2},-\sqrt{6},1)$为平面$CMN$的一个法向量，$|\vec{n}|=3$，
$∴$点$B$到平面$CMN$的距离$d=\frac{|\vec{n}⋅\vec{MB}|}{|\vec{n}|}=\frac{|-\sqrt{2}-3\sqrt{2}|}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$．