

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第二章 第 1 课时 函数的概念及其表示方法

研制人：张顺军

审核人：鲁媛媛

班级：_____ 姓名：_____

学号：_____

授课日期：2022.5.17

【本课在课程标准中的表述】

- ①在初中用变量之间的依赖关系描述函数的基础上，用集合语言和对应关系刻画函数，建立完整的函数概念，了解构成函数的要素，体会集合语言和对应关系在刻画函数概念中的作用。
- ②在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数，理解函数图象的作用。
- ③通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用。

【课前热身】

1. 判断下列结论是否正确(请在括号中打“√”或“×”)

(1)若 $A=\mathbf{R}$, $B=\{x|x>0\}$, $f: x \rightarrow y=|x|$, 其对应是从 A 到 B 的函数. ()

(2)若两个函数的定义域与值域相同, 则这两个函数相等. ()

(3) $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{2-x}$ 是一个函数. ()

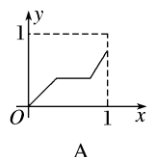
(4)函数 $y=f(x)$ 的图象可以是一条封闭的曲线. ()

2. 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f[f(x)]=9x+4$, 求 $f(x)$ 的解析式.

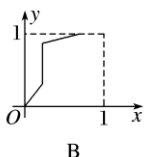
3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x \leq 1, \\ f(x-1), & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(2)=$ _____.

4. 已知 $f(\sqrt{x})=x+\sqrt{x}-1$, 则 $f(x)=$ _____.

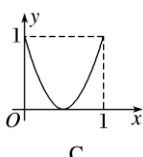
5. 下列图形中可以表示以 $M=\{x|0 \leq x \leq 1\}$ 为定义域, $N=\{y|0 \leq y \leq 1\}$ 为值域的函数的图象是()



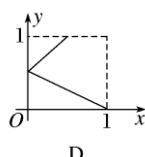
A



B



C



D

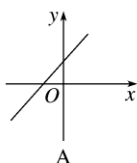
6. 已知 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 若 $f[f(x)-\ln x]=1$, 则 $f(x)=$ _____.

【知识梳理】

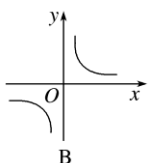
【典例探究】

考点一 函数的概念

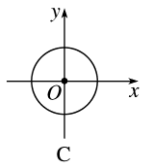
1. 下列各曲线表示的 y 与 x 之间的关系中, y 不是 x 的函数的是()



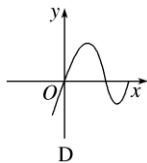
A



B



C



D

2. (多选)下列各组函数相等的是()

A. $f(x)=x^2-2x-1$, $g(s)=s^2-2s-1$ B. $f(x)=x-1$, $g(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$

C. $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=\begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ D. $f(x)=\sqrt{-x^3}$, $g(x)=x\sqrt{-x}$

3. 已知集合 $P=\{x|0 \leq x \leq 4\}$, $Q=\{y|0 \leq y \leq 2\}$, 下列从 P 到 Q 的各对应法则 f 不是函数的是_____。(填

序号)① $f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$; ② $f: x \rightarrow y = \frac{1}{3}x$; ③ $f: x \rightarrow y = \frac{2}{3}x$; ④ $f: x \rightarrow y = \sqrt{x}$.

考点二 求函数的解析式

例 1 求下列函数的解析式:

(1)已知 $f(1-\sin x)=\cos^2 x$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(2)已知 $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3)已知 $f(x)$ 满足 $2f(x)+f(-x)=3x$, 求 $f(x)$ 的解析式.

跟踪训练 1: (1)若 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{1-x}$, 则 $f(x)=$ _____.

(2)已知 $y=f(x)$ 是二次函数, 若方程 $f(x)=0$ 有两个相等实根, 且 $f'(x)=2x+2$, 则 $f(x)=$ _____.

(3)已知 $f(x)$ 满足 $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x$, 则 $f(x)=$ _____.

考点三 分段函数

例 2 已知 $f(x)=\begin{cases} \cos \pi x, & x \leq 1, \\ f(x-1)+1, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(\frac{4}{3}\right)+f\left(-\frac{4}{3}\right)$ 的值为() A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1

例 3 (1)(2021 长春模拟)已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x > 0, \\ x+1, & x \leq 0. \end{cases}$ 若 $f(a)+f(1)=0$, 则实数 a 的值等于()

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

(2)已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x < 1, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集为()

A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 0] \cup (1, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$

跟踪训练 2: (1)设 $f(x)=\begin{cases} x+\frac{2}{x}-3, & x \geq 1, \\ x^2+1, & x < 1. \end{cases}$ 则 $f(f(-1))=$ _____, $f(x)$ 的最小值是_____.

(2)设函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$ 则满足 $f(x)+f\left(x-\frac{1}{2}\right) > 1$ 的 x 的取值范围是_____.

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第二章 第 1 讲 函数的概念及其表示方法

研制人：张顺军

审核人：鲁媛媛

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 完成日期：2022.5.17 (时长：60min)

一、单选题

1. 下列各组函数中，是同一函数的是()

A. $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

B. $f(x)=\frac{|x|}{x}$, $g(x)=\begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

C. $f(x)=\frac{2n+1}{\sqrt{x^{2n+1}}}$, $g(x)=(\frac{2n-1}{\sqrt{x}})^{2n-1}$, $n \in \mathbf{N}^*$

D. $f(x)=\sqrt{x} \sqrt{x+1}$, $g(x)=\sqrt{x(x+1)}$

2. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(1-\ln x)=\frac{1}{x}$, 则 $f(2)$ 等于()

A. $\frac{1}{2}$

B. e

C. $\frac{1}{e}$

D. -1

3. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,2]$, 则函数 $f(\sqrt{x+1})$ 的定义域为()

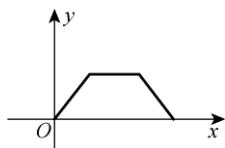
A. $[-1, +\infty)$

B. $(-1,3]$

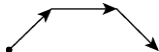
C. $[\sqrt{5}, 3)$

D. $(0, \sqrt{5})$

4. 如图是张大爷晨练时离家距离 y 与行走时间 x 之间的函数关系的图象. 若用黑点表示张大爷家的位置, 则张大爷散步行走的路线可能是()



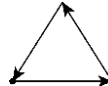
(第 4 题)



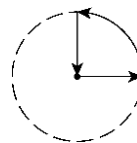
A



B



C



D

二、多选题

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \lg(-x), & x < 0, \\ e^{x-1}, & x \geq 0. \end{cases}$ 若 $f(1)+f(a)=2$, 则 a 的所有可能值为()

A. 1

B. -1

C. 10

D. -10

6. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$, $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 下列等式成立的是()

A. $f(x)=f(\frac{1}{x})$

B. $-f(x)=f(\frac{1}{x})$

C. $\frac{1}{f(x)}=f(\frac{1}{x})$

D. $f(-x)=-f(x)$

7. 设 $x \in \mathbf{R}$, 定义符号函数 $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$ 则下列说法不正确的有()

A. $|x|=x|\operatorname{sgn} x|$

B. $|x|=x\operatorname{sgn} x$

C. $|x|=|x|\operatorname{sgn} x$

D. $|x|=x\operatorname{sgn} x$

★8. 若一系列函数的解析式和值域相同, 但定义域不相同, 则称这些函数为“同值函数”, 例如函数 $y=x^2$, $x \in [1,2]$ 与函数 $y=x^2$, $x \in [-2, -1]$ 即为“同值函数”, 给出下面四个函数, 其中能够被用来构造“同值函数”的是()

A. $y=[x]$ ($[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如 $[0.1]=0$)

B. $y=x+\sqrt{x+1}$

C. $y=\frac{1}{x}-\log_3 x$

D. $y=\left|x+\frac{1}{x+1}\right|$

三、填空题

9. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $f(x)=2f\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x}-1$, 则 $f(x)=$ _____.

10. 已知甲、乙两地相距 150km, 某人开汽车以 60km/h 的速度从甲地到达乙地, 在乙地停留一小时后再以 50km/h 的速度返回甲地, 把汽车距甲地的距离 s 表示为时间 t 的函数, 则此函数的表达式为_____.

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases} \ln x, & x \geq 1, \\ 1-x, & x < 1, \end{cases}$ 则 $f(f(0))=$ _____; 若 $f(m)>1$, 则实数 m 的取值范围是_____.

★12. 记 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数, 如 $[-1.2]=-2$, $[2.3]=2$. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2[x]-1, & x \geq 1, \\ x^2+1, & x < 1, \end{cases}$ 则 $f(f(-1.2))=$ _____, $f(x) \leq 3$ 的解集为_____.

四、解答题

13. 已知 $f(x)=x^2-1$, $g(x)=\begin{cases} x-1, & x > 0, \\ 2-x, & x < 0. \end{cases}$

(1) 求 $f(g(2))$ 与 $g(f(2))$;

(2) 求 $f(g(x))$ 与 $g(f(x))$ 的解析式.

14. 对于每个实数 x , 设 $f(x)$ 取 $y=4x+1$, $y=x+2$, $y=-2x+4$ 三个函数中的最小值, 用分段函数写出 $f(x)$ 的解析式, 并求 $f(x)$ 的最大值.

15. 某医药机构测定, 某种药品服用后每毫升血液中的含药量 y (单位: μg) 与时间 t (单位: h) 之间近似满足如图所示的曲线.

(1) 写出服用药品后 y 与 t 之间的函数关系式;

(2) 据进一步测定, 每毫升血液中含药量不少于 $0.50 \mu\text{g}$ 时治疗有效, 求服用药品后的有效时间.

