

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第一章 第 5 讲 一元二次不等式及其解法

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：2022.5.12

【本课在课程标准中的表述】

(1) 从函数观点看一元二次方程：会结合一元二次函数的图象，判断一元二次方程实根的存在性及实根的个数，了解函数的零点与方程根的关系。

(2) 从函数观点看一元二次不等式：

① 经历从实际情境中抽象出一元二次不等式的过程，了解一元二次不等式的现实意义。能借助一元二次函数求解一元二次不等式，并能用集合表示一元二次不等式的解集。

② 借助一元二次函数的图象，了解一元二次不等式与相应函数、方程的联系

【课前热身】

1. 判断下列结论是否正确(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 若不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 (x_1, x_2) ，则必有 $a>0$ 。()

(2) 若方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 没有实数根，则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 \mathbf{R} 。()

(3) 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下，则不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集一定不是空集。()

(4) $\frac{x-a}{x-b}\geq 0$ 等价于 $(x-a)(x-b)\geq 0$ 。()

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+4<0\}$ ， $B=\{x|x^2-x-6<0\}$ ，则 $A\cap B$ 等于()

A. $(-2,3)$

B. $(1,3)$

C. $(3,4)$

D. $(-2,4)$

3. 不等式 $-x^2-3x+4>0$ 的解集为_____。(用区间表示)

4. 函数 $y=\log_2(3x^2-2x-2)$ 的定义域是_____。

5. 若关于 x 的不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ，则 $a+b=_____$ 。

6. 若不等式 $x^2+ax+4<0$ 的解集不是空集，则实数 a 的取值范围是_____。

【知识梳理】

【典例探究】

考点一 一元二次不等式的解法

例 1 (1) 不等式 $0<x^2-x-2\leq 4$ 的解集为_____

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第一章 第 5 讲 一元二次不等式及其解法

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 完成日期：2022.5.12 (时长：60min)

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x|x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x|x^2 + 3x < 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于()

- A. (0,2) B. (-1,0) C. (-3,2) D. (-1,3)

2. 若 $0 < t < 1$, 则关于 x 的不等式 $(t-x)\left(x - \frac{1}{t}\right) > 0$ 的解集为()

- A. $\left\{x \mid \frac{1}{t} < x < t\right\}$ B. $\left\{x \mid x > \frac{1}{t} \text{ 或 } x < t\right\}$ C. $\left\{x \mid x < \frac{1}{t} \text{ 或 } x > t\right\}$ D. $\left\{x \mid t < x < \frac{1}{t}\right\}$

3. (2020·廊坊调研)已知函数 $f(x) = (ax-1)(x+b)$, 如果不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 $(-1,3)$, 那么不等式 $f(-2x) < 0$ 的解集为()

- A. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
C. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

4. 不等式 $\frac{3x-1}{2-x} \geq 1$ 的解集是()

- A. $\left\{x \mid \frac{3}{4} \leq x \leq 2\right\}$ B. $\left\{x \mid \frac{3}{4} \leq x < 2\right\}$ C. $\left\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq \frac{3}{4}\right\}$ D. $\left\{x \mid x \geq \frac{3}{4}\right\}$

5. 已知 a, b, c, d 都是常数, $a > b, c > d$. 若 $f(x) = 2021 - (x-a)(x-b)$ 的零点为 c, d , 则下列不等式正确的是()

- A. $a > c > b > d$ B. $a > b > c > d$ C. $c > d > a > b$ D. $c > a > b > d$

6. 若不等式 $x^2 + ax - 2 > 0$ 在区间 $[1,5]$ 上有解, 则 a 的取值范围是()

- A. $\left(-\frac{23}{5}, +\infty\right)$ B. $\left[-\frac{23}{5}, 1\right]$ C. $(1, +\infty)$ D. $\left(-\infty, -\frac{23}{5}\right]$

二、多选题

7. (多选)满足关于 x 的不等式 $(ax-b)(x-2) > 0$ 的解集为 $\left\{x \mid \frac{1}{2} < x < 2\right\}$, 则满足条件的一组有序实数对 (a, b) 的值可以是()

- A. $(-2, -1)$ B. $(-3, -6)$ C. $(2,4)$ D. $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$

8. (多选)已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b (a > 0)$ 有且只有一个零点, 则()

- A. $a^2 - b^2 \leq 4$ C. 若不等式 $x^2 + ax - b < 0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 则 $x_1 x_2 > 0$
B. $a^2 + \frac{1}{b} \geq 4$ D. 若不等式 $x^2 + ax + b < c$ 的解集为 (x_1, x_2) , 且 $|x_1 - x_2| = 4$, 则 $c = 4$

9. (多选)下列四个不等式中, 解集为 \emptyset 的是()

- A. $-x^2 + x + 1 \leq 0$ B. $2x^2 - 3x + 4 < 0$
C. $x^2 + 3x + 10 \leq 0$ D. $-x^2 + 4x - \left(a + \frac{4}{a}\right) > 0 (a > 0)$

三、填空题

10. 不等式 $\frac{x+2}{x-1} > 2$ 的解集为_____.

11. 若对任意 $m \in [-1, 1]$, 函数 $f(x) = x^2 + (m-4)x + 4 - 2m$ 的值恒大于零, 则 x 的取值范围是_____.

12. 关于 x 的不等式 $x^2 - (a+1)x + a < 0$ 的解集中恰有两个整数, 则实数 a 的取值范围是_____.

★13. 已知二次函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, 不等式 $f(x) \geq m$ 的解集的长度为 6 (规定: 闭区间 $[a, b]$ 的长度为 $b-a$), 则实数 m 的值是_____.

四、解答题

14. 已知关于 x 的不等式 $-x^2 + ax + b > 0$.

(1) 若该不等式的解集为 $(-4, 2)$, 求 a, b 的值; (2) 若 $b = a + 1$, 求此不等式的解集.

15. 已知 $f(x) = ax^2 - (a+1)x$, $g(x) = -a + 13x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a < 0$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$;

(2) 若 $f(x) < g(x)$ 在 $x \in [2, 3]$ 时恒成立, 求实数 a 的取值范围.

★16. 已知 $f(x)=2x^2+bx+c$, 不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(0,5)$.

(1) 若不等式组 $\begin{cases} f(x)>0, \\ f(x+k)<0 \end{cases}$ 的正整数解只有一个, 求实数 k 的取值范围;

(2) 若对于任意 $x \in [-1,1]$, 不等式 $t f(x) \leq 2$ 恒成立, 求 t 的取值范围.