

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第一章 第 1 讲 集合及其运算

研制人：鲁媛媛

审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____

学号：_____

授课日期：2022.5.6

【本课在课程标准中的表述】

- (1) 集合的概念与表示：①通过实例，了解集合的含义，理解元素与集合的属于关系。
②针对具体问题，能在自然语言和图形语言的基础上，用符号语言刻画集合。
③在具体情境中，了解全集与空集的含义。(2) 集合的基本关系：理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集。
(3) 集合的基本运算：①理解两个集合的并集与交集的含义，能求两个集合的并集与交集。
②理解在给定集合中一个子集的补集的含义，能求给定子集的补集。
③能使用 Venn 图表达集合的基本关系与基本运算，体会图形对理解抽象概念的作用。

【课前热身】

1. 设全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{-3, 0, 2, 3\}$ ，则 $A \cap (\complement_U B)$ = ()
- A. $\{-3, 3\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-3, -2, -1, 1, 3\}$
2. 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$ ， $B = \{1, m\}$ ，若 $B \subseteq A$ ，则 $m =$ ()
- A. 1 B. 0 或 1 或 3 C. 0 或 3 D. 1 或 3
3. 已知集合 $M = \{x | x - a = 0\}$ ， $N = \{x | ax - 1 = 0\}$ ，若 $M \cap N = N$ ，则实数 a 的值是 ()
- A. -1 B. 1 C. -1 或 1 D. 0 或 1 或 -1
4. 若 $x \in A$ ，则 $\frac{1}{x} \in A$ ，就称 A 是伙伴关系集合，集合 $M = \{-1, 0, \frac{1}{2}, 2, 3\}$ 的所有非空子集中具有伙伴关系集合的个数是 ()。
- A. 1 B. 3 C. 7 D. 31
5. (多选) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ， A, B 是 U 的两个子集，且满足 $A \cup B = U$ ， $A \cap (\complement_U B) = \{1, 4\}$ ， $(\complement_U A) \cap B = \{5, 6, 7\}$ ，则 ()
- A. $2 \in A$ B. $2 \notin B$ C. $A \cap B = \{2, 3\}$ D. $A \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 4\}$
6. 已知集合 $P = \{y | y^2 - y - 2 > 0\}$ ， $Q = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ ，若 $P \cup Q = \mathbb{R}$ ， $P \cap Q = (2, 3]$ ，则 $a + b =$ _____。

【知识梳理】

【典例探究】

考点一 集合的基本概念

例 1. (1) 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}, a \in \mathbf{R}\}$.

①若 A 是空集, 则实数 a 的取值范围为_____;

②若 A 中只有一个元素, 则 a 的值为_____.

(2) 若 $\{0, -1, 2a\} = \{a-1, -|a|, a+1\}$, 则 a 的值为_____.

考点二 集合间的基本关系

例 2.(1) 设 $P = \{y | y = -x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则()

A. $P \subseteq Q$

B. $Q \subseteq P$

C. $\complement_{\mathbf{R}} P \subseteq Q$

D. $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}} P$

(2) 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 且 $B \neq \emptyset$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 m 的取值范围为_____.

考点三 集合的运算

例 3. (1) (多选题) 已知集合 $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | 3^x < 1\}$, 则()

A. $A \cap B = \{x | x < 0\}$

B. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$

C. $A \cup B = \{x | x > 1\}$

D. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | 0 \leq x < 1\}$

(2) 设集合 $A = \{x | y = \ln(-x^2 - 2x + 8)\}$, 集合 $B = \left\{y | y = x + \frac{1}{x+1}\right\}$, 集合 C 为不等式 $\left(ax - \frac{1}{a}\right)(x+4) \leq 0$ 的解集. ①求 $A \cap B$; ②若 $C \subseteq \complement_{\mathbf{R}} A$, 求实数 a 的取值范围.

变式: 已知 $A = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$, $B = \{x | x \leq a-1 \text{ 或 } x \geq a+1\}$, 若 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是()

A. $\{a | 1 \leq a \leq 2\}$

B. $\{a | 1 < a < 2\}$

C. $\{a | a \leq 1 \text{ 或 } a \geq 2\}$

D. $\{a | a < 1 \text{ 或 } a > 2\}$

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第一章 第 1 讲 集合及其运算

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 完成日期：2022.5.6 (时长：60min)

一、单选题

1. (2021 全国乙卷) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{3, 4\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$ ()
A. $\{5\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, 则 A 中元素的个数为 ()
A. 9 B. 8 C. 5 D. 4
3. (2021 八省联考) 已知 M, N 均为 $\mathbf{R}$ 的子集, 且 $\complement_{\mathbf{R}} M \subseteq N$, 则 $M \cup (\complement_{\mathbf{R}} N)$ 等于 ()
A. $\emptyset$ B. M C. N D. $\mathbf{R}$
4. (2021 济宁一中) 已知实数集 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \left\{x | y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B$ 等于 ()
A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 1 < x < 3\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 1 < x < 2\}$

★5. 已知集合 A, B , 定义 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$, $A + B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$, 则对于集合 M, N , 下列结论一定正确的是 ()

- A. $M - (M - N) = N$ B. $(M - N) + (N - M) = \emptyset$
C. $(M + N) - M = N$ D. $(M - N) \cap (N - M) = \emptyset$

二、多选题

6. (多选) 下列关系表示正确的是 ()
A. $\{0\} \subseteq \{x \in \mathbf{R} | x^2 = x\}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$
C. $\pi \notin \mathbf{R}$ D. $\emptyset \subseteq \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 1 = 0\}$
7. (多选) 下列可以得到 $A \subseteq B$ 的是 ()
A. $A \cap B = A$ B. $A \cap \complement_U B = \emptyset$ C. $A \cup B = A$ D. $B \subseteq \complement_U A$
8. (多选) 已知集合 $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \left| \frac{2-x}{x+3} \geq 1 \right.\right\}$, 集合 $B = \{x | ax = 1\}$, 且 $A \cap B = B$, 则 a 的值可能为 ()
A. 0 B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. -2

★9. (多选) 由无理数引发的数学危机一直延续到 19 世纪直到 1872 年, 德国数学家戴德金从连续性的要求出发, 用有理数的“分割”来定义无理数(史称戴德金分割), 并把实数理论建立在严格的科学基础上, 才结束了无理数被认为“无理”的时代, 也结束了持续 2000 多年的数学史上的第一次大危机. 所谓戴德金分割, 是指将有理数集 $\mathbf{Q}$ 划分为两个非空的子集 M 与 N , 且满足 $M \cup N = \mathbf{Q}$, $M \cap N = \emptyset$, M 中的每一个元素小于 N 中的每一个元素, 则称 (M, N) 为戴德金分割. 下列选项中可能成立的是 ()

- A. $M = \{x | x < 0\}$, $N = \{x | x > 0\}$, (M, N) 是一个戴德金分割
B. M 没有最大元素, N 有一个最小元素
C. M 有一个最大元素, N 有一个最小元素
D. M 没有最大元素, N 也没有最小元素

三、填空题

10. 已知 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{2, a, a^2\}$, 若 $A = B$, 则 $a =$ _____.
11. 已知集合 $A = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x | -m < x < m\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 m 的取值范围为 _____.
12. 设集合 $A = \left\{(x, y) \left| \frac{3-y}{x-1} + 2 = 0 \right.\right\}$, $B = \{(x, y) | 4x + ay - 16 = 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的值为 _____.

四、解答题

13. 已知集合 $M = \left\{ x \in \mathbf{Z} \mid \frac{x+4}{|x-1|+1} > 2 \right\}$.

(1) 用列举法表示集合 M ; (2) 写出集合 M 的所有真子集.

14. 设集合 $A = \left\{ x \mid \frac{3}{x+1} > 1 \right\}$, 集合 $B = \{x \mid 2m < x < 1\}$.

(1) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要条件, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A)$ 中只有一个整数, 求实数 m 的取值范围.

15. (1) 设全集 $U = \{\text{不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, 且 $A \cap (\complement_U B) = \{3, 5\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{7, 11\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2, 17\}$, 请绘制韦恩图求出集合 A, B .

(2) 利用(1)题中的韦恩图解决下面问题:

向 50 名学生调查对 A, B 两观点的态度, 结果如下: 赞成观点 A 的人数是全体的 $\frac{3}{5}$, 其余的不赞成; 赞成观点 B 的比赞成观点 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对观点 A, B 都不赞成的学生比对观点 A, B 都赞成的学生的 $\frac{1}{3}$ 多 1 人. 问: 对观点 A, B 都赞成的学生有多少人?