**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期周练5试卷**

测试范围：基本函数、导数、排列组合、空间向量 条件概率

命题人：杨芳英 审题人：鲁媛媛 时间：2022年4月2日

**一、单选题**

1．两位男同学和两位女同学随机排成一列，则两位女同学相邻的概率是

A． B． C． D．

2．已知三棱锥，点分别为的中点，且，用，，表示，则等于(　　) 

A． B．)

C． D．

3．已知函数，为的导函数，则的值为（       ）

A． B． C．1 D．0

4．在正方体中，为的中点，则异面直线与所成角的大小为

A． B． C． D．

5．的展开式中的系数是（       ）

A．60 B．80 C．84 D．120

6.从，，，，，，，，中不放回地依次取个数，事件为“第一次取到的是奇数”，为“第二次取到的是的整数倍”，则

A. B. C. D.

 7.   年某地电视台春晚的戏曲节目，准备了经典京剧、豫剧、越剧、粤剧、黄梅戏、评剧个剧种的各一个片段．对这个剧种的演出顺序有如下要求：京剧必须排在前三，且越剧、粤剧必须排在一起，则该戏曲节目演出顺序共有种．

A. B. C. D.

8. 已知函数有两个零点，则的最小整数值是

A. B. C. D.

1. 多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

9.下列说法正确的是

A. 二项式的展开式中的常数项是第项
B. 在的二项展开式中，的系数为
C. 的展开式的第项的二项式系数为
D. 在的展开式中，含的项的系数是

10. 下列说法正确的是

A. “”是“”的充分不必要条件
B. 是“”的充要条件
C. 命题“， ”的否定是“，使得”
D. 已知函数 的定义域为，则“ ”是“函数 为奇函数”的必要不充分条件

11.某校高二年级进行选课走班，已知语文、数学、英语是必选学科，另外需从物理、化学、生物、政治、历史、地理门学科中任选门进行学习．现有甲、乙、丙三人，若同学甲必选物理，则下列结论正确的是

A. 甲的不同的选法种数为
B. 甲、乙、丙三人至少一人选化学与全选化学是对立事件
C. 乙同学在选物理的条件下选化学的概率是
D. 乙、丙两名同学都选物理的概率是

12.. 骰子通常作为桌上游戏的小道具最常见的骰子是六面骰，它是一个质地均匀的正方体，六个面上分别写有数字，，，，，现有一款闯关游戏，共有关，规则如下：在第关要抛掷六面骰次，每次观察向上面的点数并做记录，如果这次抛掷所出现的点数之和大于，则算闯过第关，，，，假定每次闯关互不影响，则

A. 直接挑战第关并过关的概率为
B. 连续挑战前两关并过关的概率为
C. 若直接挑战第关，设“三个点数之和等于”，“至少出现一个点”，则
D. 若直接挑战第关，则过关的概率是

三：  填空

13.已知，则为          ．

14.若的展开式中第项与第项的二项式系数相等，则该展开式中的系数          ．

15. 设是定义在上的奇函数，且当时，，那么函数的解析式是          ．

16. 精准扶贫是全国建成小康社会、实现中华民族伟大“中国梦”的重要保障．某单位拟组成男女共人的扶贫工作队，派驻到个扶贫地区、、进行精准扶贫工作．若每一个地区至少派驻男女两位工作人员，且男性甲必须派驻到地区，则不同的派驻方式有          种．

1. 解答题（本大题共**4**小题，共**48.0**分）

17 在二项式的展开式中，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
给出下列条件：若展开式前三项的二项式系数的和等于；所有奇数项的二项式系数的和为；若展开式中第项为常数项．试在上面三个条件中选择一个补充在上面的横线上，并且完成下列问题：求展开式中二项式系数最大的项；求展开式的常数项．
备注：如果多个条件分别解得，按第一个条件计分

18.现在有个节目准备参加比赛，其中个舞蹈节目，个语言类节目，如果不放回地依次抽取个节目，求：
第次抽到舞蹈节目的概率；
第次和第次都抽到舞蹈节目的概率；
在第次抽到舞蹈节目的条件下，第二次抽到舞蹈节目的概率．

19.班级迎接元旦晚会有个唱歌节目、个相声节目和个魔术节目，要求排出一个节目单．

个相声节目要排在一起，有多少种排法？相声节目不排在第一个节目、魔术节目不排在最后一个节目，有多少种排法？现在临时增加个魔术节目，要求重新编排节目单，要求个相声节目不相邻且个魔术节目也不相邻，有多少种排法？

20．如图，在四棱锥中，侧面底面，底面平行四边形，，,，为的中点，点在线段上.



(1)求证：；(2)试确定点的位置，使得直线与平面所成的角和直线与平面所成的角相等.

21.如图，在梯形中，，，，现将所在平面沿对角线翻折，使点翻折至点，且成直二面角．
 证明：平面平面；若异面直线与所成角的余弦值为，求二面角的余弦值；求点到平面的距离．

22. 设，，已知函数，．
求的单调区间；
已知函数和的图象在公共点处有相同的切线，
求证：在处的导数等于；
若关于的不等式在区间上恒成立，求的取值范围．

**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期周练5试卷**

测试范围：基本函数、导数、排列组合、空间向量 条件概率

命题人：杨芳英 审题人：鲁媛媛 时间：2022年4月2日

学校:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**一、单选题**

1．两位男同学和两位女同学随机排成一列，则两位女同学相邻的概率是

A． B． C． D．

2．D

【解析】

男女生人数相同可利用整体发分析出两位女生相邻的概率，进而得解.

【详解】

两位男同学和两位女同学排成一列，因为男生和女生人数相等，两位女生相邻与不相邻的排法种数相同，所以两位女生相邻与不相邻的概率均是．故选D．

【点睛】

本题考查常见背景中的古典概型，渗透了数学建模和数学运算素养．采取等同法，利用等价转化的思想解题．

2．已知三棱锥，点分别为的中点，且，用，，表示，则等于(　　)



A． B．)

C． D．

【答案】D

【解析】

【详解】

 ，故选D.

3．已知函数，为的导函数，则的值为（       ）

A． B． C．1 D．0

3．B

【解析】

【分析】

直接对函数求导，再求出

【详解】

解：

．

故选：B．

4．在正方体中，为的中点，则异面直线与所成角的大小为（       ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】

【分析】

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立空间直角坐标系，利用空间向量法可求得异面直线与所成角的大小.

【详解】

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，设，



则、、、，

，，，

因此，异面直线与所成角的大小为.

故选：A.

5．的展开式中的系数是（       ）

A．60 B．80 C．84 D．120

4．D

【解析】

的展开式中的系数是，借助组合公式：，逐一计算即可.

【详解】

的展开式中的系数是

因为且，所以，

所以，

以此类推，.

故选：D.

【点睛】

本题关键点在于使用组合公式：，以达到简化运算的作用.

6.从，，，，，，，，中不放回地依次取个数，事件为“第一次取到的是奇数”，为“第二次取到的是的整数倍”，则

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】

【分析】

本题考查了条件概率的计算，属于中档题．
由条件概率的定义，分别计算即得解．

【解答】

解：由题意，
事件为“第一次取到的是奇数且第二次取到的是的整数倍”：
若第一次取到的为或，第二次有种情况；
若第一次取到的为，，，第二次有种情况，
故共有个事件，
，
由条件概率的定义：，
故选：

 7.   年某地电视台春晚的戏曲节目，准备了经典京剧、豫剧、越剧、粤剧、黄梅戏、评剧个剧种的各一个片段．对这个剧种的演出顺序有如下要求：京剧必须排在前三，且越剧、粤剧必须排在一起，则该戏曲节目演出顺序共有种．

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】

【分析】

本题考查排列、组合的应用，涉及分类计数原理，属于基础题．
根据题意，按京剧的位置分种情况讨论，求出每种情况下的编排方案数目，由加法原理计算可得答案．

【解答】

解：根据题意，分种情况讨论：
当京剧在首位，越剧、粤剧捆绑，自由排列，
共有种
当京剧在第二位，首位不能是越剧和粤剧，
共有种
当京剧在第三位，前两位分为是越剧粤剧和不是越剧粤剧两种情况，
共种，
因此共种．
故答案为：．

8. 已知函数有两个零点，则的最小整数值是

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】

【分析】

本题考查利用导数求函数的单调区间以及零点，考查转化能力，属于中档题．
分离参数得到，换元，求解的范围，再研究函数的单调性和极值，利用有两个交点可得的范围，即可求得的最小整数值．

【解答】

解：根据函数有两个零点，所以，
设，当时不成立，则，
则，则，所以在上单调递增，
所以，
令， ，令，则，
当，时，单调递减，当时，单调递增，
 ，
由题意可知，当时，与的图象有两个交点．
的最小整数值为．
故答案为：．

1. 多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

9.下列说法正确的是

A. 二项式的展开式中的常数项是第项
B. 在的二项展开式中，的系数为
C. 的展开式的第项的二项式系数为
D. 在的展开式中，含的项的系数是

【答案】*ACD*

【解析】

【分析】

本题考查二项展开式的特定项与特定项的系数，考查推理能力和计算能力，属于基础题．
利用二项式展开式的通项逐个判断即可．

【解答】

解：对于、二项式的展开式中的通项为，
当时，是常数项，故常数项是第项，故*A*正确；
对于、的二项展开式的通项为，
的系数为 ，故*B*错误；
对于、的展开式的第项的二项式系数为，故正确；
对于、的展开式通项为，
含的项的系数是 ，故正确，
故选*ACD*．

10. 下列说法正确的是

A. “”是“”的充分不必要条件
B. 是“”的充要条件
C. 命题“， ”的否定是“，使得”
D. 已知函数 的定义域为，则“ ”是“函数 为奇函数”的必要不充分条件

【答案】*ACD*

【解析】

【分析】

本题考查必要条件、充分条件与充要条件的判断，考查全称量词命题的否定的判定，属于中档题．
根据充分、必要条件的定义判断，，；由全称量词命题的否定判断．

【解答】

解：或，
所以“”是“ ”的充分不必要条件，故*A*正确；
考查幂函数，在上单调递减，且为偶函数，
由，
知且，
“”是“”的必要不充分条件，故*B*错误；
根据全称量词命题的否定可知，
命题“， ”的否定是“，使得”，故 *C*正确；
函数定义域为，若为奇函数，则必有；反之不成立，
则“ ”是“函数 为奇函数”的必要不充分条件，故 *D*正确．
故选*ACD*．

11.某校高二年级进行选课走班，已知语文、数学、英语是必选学科，另外需从物理、化学、生物、政治、历史、地理门学科中任选门进行学习．现有甲、乙、丙三人，若同学甲必选物理，则下列结论正确的是

A. 甲的不同的选法种数为
B. 甲、乙、丙三人至少一人选化学与全选化学是对立事件
C. 乙同学在选物理的条件下选化学的概率是
D. 乙、丙两名同学都选物理的概率是

【答案】*AD*

【解析】

【分析】

本题考查组合与组合数公式，互斥事件与对立事件，相互独立事件同时发生的概率，属于中档题．
由题意，根据选项逐一分析计算可得．

【解答】

解：项：由于甲必选物理，故只需从剩下门课中选两门即可，即种选法，故*A*正确；
项：甲、乙、丙三人至少一人选化学与全不选化学是对立事件，故*B*错误；
项：由于乙同学选了物理，乙同学选化学的概率是，故*C*错误；
项：因为乙、丙两名同学各自选物理的概率为，
所以乙、丙两名同学都选物理的概率是，故*D*正确，
故答案选：．

12.. 骰子通常作为桌上游戏的小道具最常见的骰子是六面骰，它是一个质地均匀的正方体，六个面上分别写有数字，，，，，现有一款闯关游戏，共有关，规则如下：在第关要抛掷六面骰次，每次观察向上面的点数并做记录，如果这次抛掷所出现的点数之和大于，则算闯过第关，，，，假定每次闯关互不影响，则

A. 直接挑战第关并过关的概率为
B. 连续挑战前两关并过关的概率为
C. 若直接挑战第关，设“三个点数之和等于”，“至少出现一个点”，则
D. 若直接挑战第关，则过关的概率是

【答案】*ACD*

【解析】

【分析】
本题考查了概率问题的求解，主要考查了条件概率与独立事件的概率，解题的关键是求出基本事件的总数以及符合条件的事件数，属于中档题．
分别求出基本事件的总数，求出符合条件的事件数，然后利用条件概率以及古典概型的概率公式进行求解，对每个选项逐一判断即可．
【解答】
解：对于，直接挑战第关，则，
所以投掷两次点数之和应大于，
故直接挑战第关并过关的概率为，故选项*A*正确；
对于，闯第关时，，
所以挑战第关通过的概率为，
则连续挑战前两关并过关的概率为，故选项*B*错误；
对于，由题意可知，抛掷次的基本事件有个，
抛掷次至少出现一个点的基本事件共有个，
故，
而事件包括：含，，的个，含，，的有个，一共有个，
故，所以，故选*C*正确；
对于，当时，，基本事件共有个，
“次点数之和大于”包含以下情况：
含，，，的有个，含，，，的有个，含，，，的有个，含，，，的有个，
含，，，的有个，含，，，的有个，含，，，的有个，
所以共有个，
所以直接挑战第关，则过关的概率是，故选项*D*正确．
故选：．

  填空

13.已知，则为          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了排列数的计算公式及其性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．
，可得，，解出即可得出．

【解答】

解：，
，，
解得，．
．
故答案为．

14.若的展开式中第项与第项的二项式系数相等，则该展开式中的系数          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查了二项式系数的性质，以及系数的求解，解题的关键是根据二项式定理写出通项公式，同时考查了计算能力．
根据第项与第项的系数相等建立等式，求出的值，根据通项可求满足条件的系数．

【解答】

解：由题意可得，
，
展开式的通项，
令，可得，
此时系数为，
故答案为．

15. 设是定义在上的奇函数，且当时，，那么函数的解析式是          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查函数解析式的求解及常用方法，属于中档题．
由函数的奇偶性解函数的解析式，步骤是固定的．

【解答】

解：是定义在上的奇函数，

，

当时，，

当时，

，

综上所述，．

故答案为．

16. 精准扶贫是全国建成小康社会、实现中华民族伟大“中国梦”的重要保障．某单位拟组成男女共人的扶贫工作队，派驻到个扶贫地区、、进行精准扶贫工作．若每一个地区至少派驻男女两位工作人员，且男性甲必须派驻到地区，则不同的派驻方式有          种．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查排列、组合的应用，涉及分类计数原理的应用．
根据题意，分种情况讨论：只有甲一名男性工作人员和一名女性工作人员派到地区：
甲、另外一名男性工作人员和一名女性工作人员一起派到地，由加法原理计算可得答案．

【解答】

解：根据题意，分种情况讨论：
只有甲一名男性工作人员和一名女性工作人员派到地区：
需要在名女性工作人员中任选人，与甲一起派到地区，将剩下的名男性工作人员分成组，与剩下的名女性工作人员一起全排列，对应、两个地区，此时有种派驻方法；
甲、另外一名男性工作人员和一名女性工作人员一起派到地，：
需要在名男性工作人员中任选人，在名女性工作人员中任选人，与甲一起派到地区，将剩下的名男性工作人员与剩下的名女性工作人员一起全排列，对应、两个地区，此时有种派驻方法；
则一共有种派驻方法；
故答案为．

1. 解答题（本大题共**4**小题，共**48.0**分）

17 在二项式的展开式中，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
给出下列条件：
若展开式前三项的二项式系数的和等于；
所有奇数项的二项式系数的和为；
若展开式中第项为常数项．
试在上面三个条件中选择一个补充在上面的横线上，并且完成下列问题：
求展开式中二项式系数最大的项；
求展开式的常数项．
备注：如果多个条件分别解得，按第一个条件计分

【答案】解：选择：，
即，
即，即，

解得或舍去．

选择：，
即，

解得．

选择：，
则有，
所以
因为展开式中第项为常数项，即，
所以．

展开式中二项式系数最大的项为第和第项，

，

．

 展开式通项为：，
令，，
展开式中常数项为第项，常数项为．

【解析】本题考查二项展开式的特定项与特定项的系数，属于中档题．
不论选择，运用二项式系数和二项展开式的特定项系数均可算得，
 展开式中二项式系数最大的项为第和第项，利用通项公式化简即可
 展开式通项为：，令，得到，所以第项为常数项，即可得解．

18现在有个节目准备参加比赛，其中个舞蹈节目，个语言类节目，如果不放回地依次抽取个节目，求：
第次抽到舞蹈节目的概率；
第次和第次都抽到舞蹈节目的概率；
在第次抽到舞蹈节目的条件下，第二次抽到舞蹈节目的概率．

【答案】解：由题意可得，节目总数个，其中个舞蹈节目，个语言类节目，
第次抽到舞蹈节目的概率为．
由于节目总数个，其中个舞蹈节目，个语言类节目，
故第次和第次都抽到舞蹈节目的概率．
在第次抽到舞蹈节目的条件下，这是还有个节目，其中个为舞蹈节目，个为语言类节目，
故第二次抽到舞蹈节目的概率为．

【解析】本题主要考查古典概率、相互独立事件的概率乘法公式、条件概率的求法．
节目总数个，其中个舞蹈节目，个语言类节目，由此求得第次抽到舞蹈节目的概率．
根据节目总数个，其中个舞蹈节目，个语言类节目，求得第次和第次都抽到舞蹈节目的概率．
在第次抽到舞蹈节目的条件下，这是还有个节目，其中个为舞蹈节目，个为语言类节目，由此求得第二次抽到舞蹈节目的概率．

19.班级迎接元旦晚会有个唱歌节目、个相声节目和个魔术节目，要求排出一个节目单．

个相声节目要排在一起，有多少种排法？

相声节目不排在第一个节目、魔术节目不排在最后一个节目，有多少种排法？

现在临时增加个魔术节目，要求重新编排节目单，要求个相声节目不相邻且个魔术节目也不相邻，有多少种排法？

【答案】解：
将个相声节目捆绑在一起，看成个节目，与其余个节目一起排，
则共有种不同排法；
若相声节目排在第一个节目，则有种不同排法，
若魔术节目排在最后一个节目，则有种不同排法，
若相声节目排在第一个节目，并且魔术节目排在最后一个节目，则有种不同排法，
则相声节目不排在第一个节目、魔术节目不排在最后一个节目，可以用个节目的全排列减去相声节目排在第一个节目的排列数和魔术节目排在最后一个节目的排列数，再加上相声节目排在第一个节目并且魔术节目排在最后一个节目的排列数，
所以共有种不同排法；
若个相声节目相邻，则有种不同排法，若个魔术节目相邻，也有种不同排法，
若个相声节目相邻，并且个魔术节目也相邻，则有种不同排法，
则个相声节目不相邻且个魔术节目也不相邻，可由个节目的全排列减去个相声节目相邻的排列数和个魔术节目相邻的排列数，再加上个相声节目相邻并且个魔术节目也相邻的排列数，
所以共有种不同排法．

【解析】本题考查排列组合的综合应用，排列数与组合数公式的应用，属于中档题。
将个相声节目捆绑在一起，看成个节目，与其余个节目一起排即可求解；
用个节目的全排列减去相声节目排在第一个节目的排列数和魔术节目排在最后一个节目的排列数，再加上相声节目排在第一个节目并且魔术节目排在最后一个节目的排列数即可求解；
由个节目的全排列减去个相声节目相邻的排列数和个魔术节目相邻的排列数，再加上个相声节目相邻并且个魔术节目也相邻的排列数即可求解．

20．如图，在四棱锥中，侧面底面，底面平行四边形，，,，为的中点，点在线段上.



(1)求证：；

(2)试确定点的位置，使得直线与平面所成的角和直线与平面所成的角相等.

(1)证明:　如图，在平行四边形中，连接，



因为，，，

由余弦定理得，，得，

所以，

所以，即.

又，所以，

因为，，

所以，所以，

又，所以平面，所以.

(2)解:因为侧面底面，，所以底面，所以直线，，两两互相垂直，以为原点，直线，，为坐标轴，

建立如图所示的空间直角坐标系，则，，,，，，所以，，.



设，则，，

所以，易得平面的一个法向量为.

设平面的法向量为，

由得，

令，得.

因为直线与平面所成的角和直线与平面所成的角相等，

所以，

即，所以，解得，

所以.即当时，直线与平面所成的角和直线与平面所成的角相等.

21.如图，在梯形中，，，，现将所在平面沿对角线翻折，使点翻折至点，且成直二面角．


证明：平面平面；

若异面直线与所成角的余弦值为，求二面角的余弦值；

求点到平面的距离．

【答案】证明：取中点，连结，
，，
且，
四边形为平行四边形，
，，
，即，
又直二面角，即平面平面，且交线为，
又平面，平面，
平面 平面平面；
解：取中点，连接，则，，
由同理可得平面，
以为坐标原点，以分别为轴建立空间直角坐标系：

易得平面的一个法向量，
设平面的法向量，
在中，，，
可得出，
则在等腰直角中，，
故是边长为的等边三角形，
得，，，
由得
取，得，
故，
故，
由图可知二面角为锐二面角，
二面角的余弦值为，
解：，
故点到平面的距离：．

【解析】本题考查面面垂直的判定，面面垂直的性质，利用空间向量法求面面的夹角，以及利用空间向量法求点到平面的距离，属于中档题．
取线段中点，得相等线段，中线等于底边一半得直角三角形，得线线垂直，由面面垂直性质，得线面垂直，进而得到面面垂直；
建空间直角坐标系，表示出向量与向量，根据空间向量的数量积及平面的法向量可得方程组，取特殊值即可确定面的一个法向量，进而可求二面角的余弦值；
由向量法即可得出点到面的距离．

22. 设，，已知函数，．
求的单调区间；
已知函数和的图象在公共点处有相同的切线，
求证：在处的导数等于；
若关于的不等式在区间上恒成立，求的取值范围．

【答案】解：由，可得，
令，解得或由，得．
当变化时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

的单调递增区间为和，单调递减区间为；
证明：，由题意知，
，解得．
在处的导数等于；
解：，，由，可得．
又，，
故为的极大值点，由知．
另一方面，由于，故，
由知在内单调递增，在内单调递减，
故当时，在上恒成立，从而在上恒成立．
由，得，．
令，，
，
令，解得舍去，或．
，，，故的值域为．
的取值范围是．

【解析】本题考查利用导数研究函数的单调性，考查了利用研究过曲线上某点处的切线方程，训练了恒成立问题的求解方法，体现了数学转化思想方法，是难题．
求出函数的导函数，得到导函数的零点，由导函数的零点对定义域分段，列表后可得的单调区间；
求出的导函数，由题意知，求解可得得到在处的导数等于；
由知且在内单调递增，在内单调递减，故当时，在上恒成立，从而在上恒成立．由，得，构造函数，，利用导数求其值域可得的范围．