**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.1 随机变量及其分布列（1）

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**本课在课程标准中的表述** ：

离散型随机变量及其分布列：

①结合具体实例，了解离散型随机变量的概念，理解离散型随机变量分布列及其数字特征（均值、方差）。

②结合具体实例，了解伯努利试验，掌握二项分布及其数字特征，并能解决简单的实际问题。

③结合具体实例，了解超几何分布及其均值，并能解决简单的实际问题。

一、学习目标

1.理解随机变量的意义,了解随机变量与函数的区别;

2.掌握离散型随机变量和连续型随机变量的概念,能够写出随机变量的取值以及随机试验的结果.

重点、难点：随机变量的概念、写出随机变量的取值以及随机试验的结果。

二、课前自学

求随机事件的概率时,我们往往需要为随机试验建立样本空间,并会涉及样本点和随机事件的表示问题,类似函数在数集与数集之间建立对应关系,如果我们在随机试验的样本空间与实数集之间建立某种对应,将不仅可以为一些随机事件的表示带来方便,而且能更好地利用数学工具研究随机试验.

探究1：样本空间是以样本点为元素的集合，很多情况下的样本点容易与实数建立对应关系.

（1）在一块地里种下10棵树苗，用实数表示“成活树苗的棵树”；

（2）掷一枚骰子用实数表示“掷出的点数为”；

掷两枚骰子样本空间为.用表示“两枚骰子的点数之和”,样本点就与实数对应.

（3）接听一个电话，用表示“通话时长”.

（4）抛掷一枚硬币,可将试验结果“正面朝上”用1表示,“反面朝上”用0表示

（5）抽查学生的某项体育测试成绩，将成绩等级为优、良、中、及格、不及格分别用数值5，4，3，2，1表示.

问题1:上述现象的共同特点有哪些?

1.随机变量\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2.随机事件用随机变量表示\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

探究2：考察下列随机试验及其引入的变量：

试验1:从100个电子元件(至少含3个以上次品)中随机抽取三个进行试验，变量*X* 表示三个元件中次品数;

试验2:抛掷一枚硬币直到出现正面为止，变量*Y* 表示需要的抛掷次数.

问题2:这两个随机试验的样本空间各是什么?各个样本点与变量的值是如何对应的?变量*X,Y* 有哪些共同的特征?

3.随机变量的特征：

（1）可以用数字表示

（2）试验之前可以判断其可能出现的所有值

（3）在试验之前不可能确定取何值

4.（1）离散型随机变量：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 （2）连续型随机变量：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

三、问题探究

例1 下列变量中哪些是随机变量？如果是随机变量，那么可能的取值有哪些？

（1）一实验箱中装有标号为1，2，3，3，4的5只白鼠，从中任取1只，记取到的白鼠的标号为；

（2）明天的降雨量（单位：）；

（3）先后抛掷一枚质地均匀的硬币两次，正面向上的次数.

例2 下列变量中是离散型随机变量的是？

(1)下期《诗词大会》节目中过关的人数；

(2)某加工厂加工的一批某种钢管的外径与规定的外径尺寸之差；

(3)在郑州至武汉的电气化铁道线上，每隔50 m有一电线铁塔，从郑州至武汉的电气化铁道线上将电线铁塔进行编号，其中某一电线铁塔的编号；

(4)江西九江市长江水位监测站所测水位在(0,29]这一范围内变化，该水位站所测水位．

例3 从标有数字1,2,3,4,5,6的6张卡片中任取2张，所取卡片上的数字之和．写出随机变量可能取的值，并说明这些值所表示的随机试验的结果.

变式：本题中条件不变，所取卡片上的数字之差的绝对值为随机变量*X*，请问*X*有哪些取值？其中*X*＝4表示什么含义？

例4 写出下列随机变量可能取的值，并说明随机变量所取的值表示的随机试验的结果．

(1)一个袋中装有8个红球，3个白球，从中任取5个球，其中所含白球的个数为*X*.

(2)一个袋中有5个同样大小的黑球，编号为1,2,3,4,5，从中任取3个球，取出的球的最大号码记为*X*.

(3)在本题(1)条件下，规定取出一个红球赢2元，而每取出一个白球输1元，以*ξ*表示赢得的钱数，结果如何？

四、反馈小结 课本P103 练习1、2

**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.1 随机变量及其分布列（2）

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1．理解取有限值的离散型随机变量的分布列及两点分布的概念及表示．

2．掌握离散型随机变量的分布列的性质．

3．会求某些简单的离散型随机变量的分布列．

重点、难点：离散型随机变量的分布列及两点分布的概念及性质、求某些简单的离散型随机变量的分布列

二、课前自学

探究1：随机试验“抛掷一枚硬币”，可能的结果有哪些情况？每种情况的概率是多少？

探究2：函数可以用解析式、表格、图象来表示，离散型随机变量的分布列怎么用解析式、表格、图象来表示？

1. 离散型随机变量的分布列

一般地，当离散型随机变量*X*的取值为*x*1，*x*2，…，*xn*时，我们称X取每一个值*xi*的概率*P*(*X*＝*xi*)＝*pi*, *i*∈{1,2，…，*n*}，为*X*的概率分布列．

离散型随机变量*X*的概率分布可以用如下形式的表格表示，这个表格称为*X*的概率分布或分布列．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

2.离散型随机变量的分布列具有下述两个性质：

(1)

(2).

注意：①列出随机变量的所有可能取值；

②求出随机变量的每一个值发生的概率.

3.两点分布：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

三、问题探究

例1 求先后抛掷一枚质地均匀的硬币两次，用表示“正面向上的次数”，求随机变量的概率分布.

例2 从装有6个白球和4和红球的口袋中任取1个球，用表示“取到的白球个数”，则的取值为0或1，即$X=\left\{\begin{array}{c}0，取到的球为红球，\\1，取到的球为白球，\end{array}\right.$ 求随机变量的概率分布.

例3 同时抛掷两颗质地均匀的骰子，观察朝上一面出现的点数，设两颗骰子出现的点数分布为,记. (1)求的概率分布； （2）求 .

四、反馈小结 课本P106 练习1、2

**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.2.1 离散型随机变量的均值

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1．理解取有限值的离散型随机变量的分布列及两点分布的概念及表示．

2．掌握离散型随机变量的分布列的性质．

3．会求某些简单的离散型随机变量的分布列．

重点、难点：离散型随机变量的分布列及两点分布的概念及性质、求某些简单的离散型随机变量的分布列

**二、课前自学**

虽然随机变量的分布列决定了随机变量的取值分布规律, 但不能明确地表示出随机变量的平均水平**.** 因此我们要进一步研究其数字特征**.**

探究1：某种福利彩票每张面值2元，购买者可从0，1，2，……，9这十个数字中选择3个数字（可以重复）.当所选3个数字与随机摇出的开奖号码数字及顺序均相同时，可以获得500元奖金. 如果你长期购买这种彩票，那么你的收益状况如何？

1.若离散型随机变量*X*的概率分布如下表所示

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | *x*1 | *x*2 | … | *x*n |
| *P* | *p*1 | *p*2 | … | *p*n |

其中$p\_{i}\geq 0,i=1,2,...,n,p\_{1}+p\_{2}+...+p\_{n}=1$，我们将$ p\_{1}x\_{1}+p\_{2}x\_{2}+...+p\_{n}x\_{n}$称为离散型随机变量*X*的均值或数学期望，记为$E（X）$或*μ*．

**三．问题探究**

例1 根据气象预报，某地区下个月有小洪水的概率为0.25，有大洪水的概率为0.01. 设工地上有一台大型设备，为保护设备有以下三种方案.

方案1:运走设备，此时需花费3800元.

方案2:建一保护围墙，需花费2000元. 但围墙无法防止大洪水，当大洪水来临，设备受损，损失费为60000元.

方案3:不采取措施，希望不发生洪水. 此时大洪水来临损失60000元，小洪水来临损失10000元.

试从方案的花费与期望损失的和最小的角度比较哪一种方案较好.

例2 在一个人数很多的地区普查某种疾病，有以往经验知道，该地区居民得此病的概率为0.1%. 现有1000人去验血，给出下面两种化验方法：

方法1：对1000人逐一进行化验.

方法2：将1000人分为100组，每组10人. 对于每个组，先将10人的血各取出部分，并混合在一起进行一次化验，如果结果呈阴性，那么可断定这10人均无此疾病；如果结果呈阳性，那么再逐一化验.

试问：哪种方法较好？

例3 游戏规则如下：如掷一个骰子，出现1，你赢8元；出现2或3或4，你输3元；出现5或6，不输不赢．随机变量*X*表示赢得的钱数, 求*E*（*X*）**.**并说明数学期望值的意义**.**

变式：每玩一次游戏要交1元, 其他规则不变, 随机变量*Y*表示最后赢得的钱数, 求*E*(*Y*) **.**

**四. 反馈小结** 课本P110 练习1、2、3

**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.2.2 离散型随机变量的方差与标准差

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1.理解随机变量的方差和标准差的含义；

2.会求随机变量的方差和标准差，并能解决一些实际问题．

**二、课前自学**

情境：甲、乙两个工人生产同一种产品，在相同的条件下，他们生产100件产品所出的不合格产品数分别用$X\_{1}，X\_{2}$表示，$X\_{1}，X\_{2}$的概率分布如表所示.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$X\_{1}$$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $$p\_{k}$$ | 0.6 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |
| $$X\_{2}$$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $$p\_{k}$$ | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0 |

如何比较甲、乙两个工人的技术？

我们知道，当样本平均值相差不大时，可以利用样本方差考察样本数据与样本平均值的偏离程度．能否用一个类似于样本方差的量来刻画随机变量的波动程度呢？

1.一般地，若离散型随机变量$X$的概率分布如表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$X$$ | $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | … | $$x\_{n}$$ |
| $$P$$ | $$p\_{1}$$ | $$p\_{2}$$ | … | $$p\_{n}$$ |

其中$p\_{i}\geq 0,i=1,2,...,n,p\_{1}+p\_{2}+...+p\_{n}=1$，则$(x\_{i}−μ)^{2}(μ=E(X))$描述了$x\_{i}(i=1,2,...,n)$相对于均值$μ$的偏离程度，故$(x\_{1}−μ)^{2}p\_{1}+(x\_{2}−μ)^{2}p\_{2}+...+(x\_{n}−μ)^{2}p\_{n}$，（其中

$p\_{i}\geq 0,i=1,2,...,n,p\_{1}+p\_{2}+...+p\_{n}=1$）刻画了随机变量$X$与其均值$μ$的平均偏离程度，我们将其称为离散型随机变量$X$的方差，记为$D(X)$或$σ^{2}$．即：

$D(X)$=$σ^{2}$=$(x\_{1}−μ)^{2}p\_{1}+(x\_{2}−μ)^{2}p\_{2}+...+(x\_{n}−μ)^{2}p\_{n}$

2.方差公式也可用公式$D(X)=\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}p\_{i}−μ^{2}$计算．

3.随机变量$X$的方差也称为$X$的概率分布的方差，$X$的方差$D(X)$的算术平方根称为$X$的标

准差，即$σ=\sqrt{D(X)}$．

**三、问题探究**

例1 若随机变量$X$的分布如表所示，求方差$D(X)$和标准差$σ$．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$X$$ | 0 | 1 |
| $$P$$ | $$1−p$$ | $$p$$ |

例2 设有甲、乙两地生产的两批原棉，它们的纤维长度$X，Y$的概率分布如下图所示：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 |
| P | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.1 | 0.1 | 0.2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 |
| P | 0.05 | 0.2 | 0.25 | 0.3 | 0.1 | 0.1 |

 试问：这两批原棉的质量哪一批较好？

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 乙 | 分数$X\_{乙}$ | 80 | 90 | 100 |
| 概率 | 0.4 | 0.2 | 0.4 |

例3 有甲、乙两名学生，经统计，他们字解答同一份数学试卷时，各自的成绩在80分、90分、100分的概率分布大致如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 甲 | 分数$X\_{甲}$ | 80 | 90 | 100 |
| 概率 | 0.2 | 0.6 | 0.2 |

试分析两名学生的答题成绩水平．

**四、反馈小结** 课本P113 练习 1、2

**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.3 二项分布

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1.理解n次独立重复试验的模型（n重伯努利试验）及其意义；

2.理解二项分布，并能解决一些简单的实际问题。

**二、课前自学**

情境：射击手射击1次，击中目标的概率为$p(p>0)$. 现连续射击3次，记击中目标的次数为$X$，则$X$为随机变量，其取值为0,1,2,3.

问题：随机变量$X$的概率分布是什么？

1.伯努利试验:

说明：①各次试验之间相互独立;

②每次试验只有两种结果

③每一次试验中，事件发生的概率均相等

2.$n$重伯努利试验中事件$A$发生$k$次的概率公式：一般地，在$ n$次独立重复试验中，每次试验事件$A$发生的概率为$p（0<p<1）$，即$P(A)=p$，$P(Ā)=1−p=q$.由于试验的独立性，$n$次试验中，事件$A$在某指定的$k$次发生，而在其余$n−k$次不发生的概率为 。又由于在$n $次试验中，事件$A$恰好发生$k$次的方式有 种，所以由概率的公式可知，在$n$次试验中，事件$A$发生$k(0\leq k\leq n)$次的概率为

$P\_{n}(k)$= ,$k=0,1,2……,n$

3.二项分布的定义：若随机变量$X$的分布列为$P（X=k）= C\_{n}^{k}p^{k}q^{n−k}$.其中$0<p<1$，$p+q=1,k=0,1,2,…,n$,则称$X$服从参数为$n,p$的二项分布，记作$X～B\left（n,p\right）.$

说明：$ P（X=k）$就是$(q+p)^{n}$的展开式中的第$k+1$项，故此公式称为二项分布公式.

**三、问题探究**

例1 求随机抛掷$100$次均匀硬币，正好出现$50$次正面的概率。

例2 设某保险公司吸收$10000$人参加人身意外保险，该公司规定：每人每年付给公司$120$元，若意外死亡，公司将赔偿$10000$元。如果已知每人每年意外死亡的概率为$0.006$，问：该公司会赔本吗？

思考：保险公司年平均收益为多少？

例3 从批量较大的成品中随机选出10件产品进行质量检查，已知这批产品的不合格品率为0.05，随机变量$X$表示这10件产品中的不合格品数，求随机变量$X$的数学期望和方差、标准差.

思考：一般地，当$X～B\left（n,p\right）$时，$E\left(X\right)=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$

$$D\left(X\right)=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$$

$$ σ =\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$$

**四、反馈小结** 课本P118 练习 1-6

**江苏省仪征中学2021—2022学年度第二学期高二数学学科导学案**

8.2 离散型随机变量及其分布列

8.2.4 超几何分布

研制人：冯杰 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

一、学习目标

1.通过实例, 理解超几何分布及其特点.

2.通过对实例的分析, 掌握超几何分布列及其导出过程, 并能进行简单的应用.

教学重点、难点：理解解超几何分布这一数学模型.教学过程

二、课前自学

情境：一批产品共100件, 其中有5件不合格产品, 从中有放回地随机抽取10件产品，则不合格品数$X$服从二项分布. 如果从中不放回地随机抽取10件产品，则不合格品数$X$服从何种分布?

1.超几何分布的定义

2.超几何分布的特点

三、问题探究

例1 生产方发出了一批产品，产品共50箱, 其中混淆了2箱不合格产品.采购方接收该批产品的准则是: 从该批产品中任取5箱产品进行检测, 若至多有1箱不合格产品, 则接收该批产品. 问: 该批产品被接收的概率是多少?

例2 高三(1)班的联欢会上设计了一项游戏,：在一个口袋中装有10个红球和20个白球, 这些球除颜色外完全相同.一次从中摸出5个球,摸到4个红球1个白球的就获一等奖,用随机变量$X$表示取到的红球数.

（1）求获一等奖的概率；

 （2）求$E\left(X\right)$.

思考：一般地，当$X～H\left（n,M,N\right）$时，$E\left(X\right)=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$

$$ D\left(X\right)=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$$

例3 从一批含有13只正品和2只次品的产品中, 不放回任取3件, 求取得次品数为$X$的分布.

例4 从5名学生(3男2女)中安排2名学生值日, 求安排女生人数$X$的分布.

四、反馈小结 课本P121 练习1、2、3