**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期期中模拟卷1**

测试范围：解析几何、导数、空间向量、计数原理、概率、统计

命题人：李生波 审题人：鲁媛媛 时间：2022年4月 日

**一．单项选择题(本大题共8个小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)**

1. 设随机变量$X∼N(1,3^{2})$，若$P(X⩽c)=P(X>c)$，则$c=($    $)$

A. $0$ B. $1$ C. $2$ D. $3$

1. 若$(\sqrt{x}+\frac{2}{x^{2}})^{n}$展开式中只有第六项的二项式系数最大，则展开式中的常数项是$($     $)$

A. $180$ B. $120$ C. $90$ D. $45$

1. 一个袋中有$4$个红球，$3$个黑球，小明从袋中随机取球，设取到一个红球得$2$分，取到一个黑球得$1$分，从袋中任取$4$个球，则小明得分大于$6$分的概率是$(    )$

A. $\frac{13}{35}$ B. $\frac{14}{35}$ C. $\frac{18}{35}$ D. $\frac{22}{35}$

1. 若二项式$(2+x)^{10}$按$(2+x)^{10}=a\_{0}+a\_{1}(1−x)+a\_{2}(1−x)^{2}+\cdots +a\_{10}(1−x)^{10}$的方式展开，则展开式中$a\_{8}$的值为$($   $)$

A. $90$ B. $180$ C. $360$ D. $405$

1. 设随机变量$X～B(2,p)$，$Y～B(3,p)$，若$P(X\geq 1)=\frac{5}{9}$，则$D(3Y−1)=($    $)$

A. $2$ B. $3$ C. $6$ D. $9$

1. 在一个袋中装有质地大小一样的$6$个黑球，$4$个白球，现从中任取$4$个小球，设取出的$4$个小球中白球的个数为$X$，则下列结论正确的个数为$($  $)$

$①P(X=2)=\frac{3}{7}$；$②$随机变量$X$服从二项分布；$③$随机变量$X$服从超几何分布；$④E(X)=\frac{8}{5}$

A. $1$个 B. $2$个 C. $3$个 D. $4$个

1. 点$P$是曲线$y=x^{2}−lnx$上任意一点，则点$P$到直线$y=x−2$的距离的最小值是$(    )$

A. $1$ B. $\sqrt{2}$ C. $2$ D. $2\sqrt{2}$

1. 已知椭圆$C\_{1}:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，双曲线$C\_{2}:\frac{x^{2}}{b^{2}}−\frac{y^{2}}{a^{2}−2b^{2}}=1,F\_{1},F\_{2}$为$C\_{2}$的焦点，$P$为$C\_{1}$和$C\_{2}$的交点，若$△PF\_{1}F\_{2}$的内切圆的圆心的横坐标为$2$，$C\_{1}$和$C\_{2}$的离心率之积为$\frac{3}{2}$，则$a$的值为$($    $)$

A. $2$ B. $3$ C. $4$ D. $5$

 **二．多项选择题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分）**

1. 已知变量$x,y$之间的线性回归方程为$^=−0.7x+10.3$，且变量$x,y$之间的一组相关数据如表所示，则下列说法正确的是$($   $)$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$6$$ | $$8$$ | $$10$$ | $$12$$ |
| $$y$$ | $$6$$ | $$m$$ | $$3$$ | $$2$$ |

A. 变量$x,y$之间呈现负相关关系
B. $m=4$
C. 可以预测，当$x=11$时，$y$约为$2.6$
D. 由表格数据知，该回归直线必过点$\left(9,4\right)$

1. 下列说法正确的为$($  $)$．

A. $6$本不同的书分给甲乙丙三人，每人两本，有$C\_{6}^{2}C\_{4}^{2}C\_{2}^{2}$种不同的分法；
B. $6$本不同的书分给甲乙丙三人，其中一人$1$本，一人$2$本，一人$3$本，有$C\_{6}^{1}C\_{5}^{2}C\_{3}^{3}$种不同分法；
C. $6$本相同的书分给甲乙丙三人，每人至少一本，有$10$种不同的分法；
D. $6$本不同的书分给甲乙丙三人，每人至少一本，有$540$种不同的分法．

1. 某校高二$10$名数学教师中，高级教师$3$人，一级教师$4$人，二级教师$3$人．从这$10$名教师中任选$3$人参加培训，则$($   $)$

A. 选出的$3$人中恰有$1$名高级教师的概率为$\frac{21}{40}$
B. 选出的$3$人中有高级教师的概率为$\frac{3}{4}$
C. 选出的$3$人中高级教师的人数$X$的数学期望为$\frac{9}{10}$
D. 选出的$3$人中高级教师人数多于二级教师人数的概率为$\frac{11}{60}$

1. 设函数$f(x)=xlnx$，$g(x)=\frac{f′(x)}{x}$，则下列说法正确的有$(    )$

A. 不等式$g(x)>0$的解集为$(\frac{1}{e},+\infty );$
B. 函数$g(x)$在$(0,e)$单调递增，在$(e,+\infty )$单调递减$;$
C. 当$x\in [\frac{1}{e},1]$时，总有$f(x)<g(x)$恒成立；
D. 若函数$F(x)=f(x)−ax^{2}$有两个极值点，则实数$a\in (0,\frac{1}{2})$

三．**填空题(本大题共4个小题，每小题5分，共20分)**

1. 某足球联赛期间，某一电视台对年龄高于$40$岁和不高于$40$岁的人是否喜欢甲队进行调查，对高于$40$岁的调查了$50$人，不高于$40$岁的调查了$50$人，所得数据绘制成如下列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 年龄 | 是否喜欢甲队 | 合计 |
| 不喜欢甲队 | 喜欢甲队 |
| 高于$40$岁 | $$p$$ | $$q$$ | $$50$$ |
| 不高于$40$岁 | $$15$$ | $$35$$ | $$50$$ |
| 合计 | $$a$$ | $$b$$ | $$100$$ |

若工作人员从调查的所有人中任取一人，取到喜欢甲队的人的概率为$\frac{3}{5}$，在犯错误的概率不超过           的前提下认为年龄与甲队的被喜欢程度有关．
附：$χ^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$P(χ^{2}\geq x\_{α})$$ | $$0.050$$ | $$0.010$$ | $$0.005$$ | $$0.001$$ |
| $$x\_{α}$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ | $$7.879$$ | $$10.828$$ |

1. 伟大出自平凡，英雄来自人民．在疫情防控一线，北京某大学学生会自发从学生会$6$名男生和$8$名女生骨干成员中选出$2$人作为队长率领他们加入武汉社区服务队，用$A$表示事件“抽到的$2$名队长性别相同”，$B$表示事件“抽到的$2$名队长都是男生”，则$P\left(B|A\right)=$           ．
2. 若$(3x+2)^{2020}=a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}+…+a\_{2020}x^{2020}$，则$a\_{1}+a\_{3}+a\_{5}+…+a\_{2019}$被$12$整除的余数为            ．
3. 已知定义在$(0,+\infty )$上的函数$f(x)$，$f′(x)$是$f(x)$的导函数，满足$xf′(x)−f(x)<0$，且$f(2)=2$，则不等式$f(2^{x})−2^{x}>0$的解集是           ．

**四．解答题(本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

1. 已知$m$，$n$是正整数，$(1+x)^{m}+(1+x)^{n}$的展开式中$x$的系数为$17$．

$(1)$当展开式中$x^{2}$的系数最小时，求出此时$x^{3}$的系数；

$(2)$已知$(\frac{1}{2}+2x)^{\frac{m+n−1}{2}}$的展开式的二项式系数的最大值为$a$，系数的最大值为$b$，求$a+b$．

1. 在$①$平面$PAB⊥$平面$ABCD$，$AB⊥AP$；$②AB⊥PA$，$PA⊥CD$；$③BC⊥$平面$PAB$，$AB⊥AP.$这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中并作答．
如图，在四棱柱$P−ABCD$中，底面$ABCD$是梯形，点$E$在$BC$上，$AD//BC$，$AB⊥AD$，$BC=2AB=2AD=2AP=4BE=4$，且\_\_\_\_\_\_．

$(1)$求证：平面$PDE⊥$平面$PAC$；
$(2)$求直线$PE$与平面$PAC$所成的角的正弦值．
2. 甲，乙两人进行定点投篮活动，已知他们每投篮一次投中的概率分别是$\frac{2}{3}$和$\frac{3}{5}$，每次投篮相互独立互不影响．
$(1)$甲乙各投篮一次，记“至少有一人投中”为事件$A$，求事件$A$发生的概率；
$(2)$甲乙各投篮一次，记两人投中次数的和为$X$，求随机变量$X$的分布列及数学期望；
$(3)$甲投篮$5$次，投中次数为$ξ$，求$ξ=2$的概率和随机变量$ξ$的方差．
3. 已知在长方形$ABCD$中，$AD=2AB=2\sqrt{2}$，点$E$是$AD$的中点，沿$BE$折起平面$ABE$，使平面$ABE⊥$平面$BCDE$．



$(1)$求证：在四棱锥$A−BCDE$中，$AB⊥AC$；

$(2)$在线段$AC$上是否存在点$F$，使二面角$A−BE−F$的余弦值为$\frac{3\sqrt{13}}{13}$？若存在，找出点$F$的位置；若不存在，请说明理由．

1. 已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的渐近线方程为$y=\pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$，且过点$(4,\sqrt{15})$．

$(1)$求$C$的标准方程；

$(2)$若$C$的左、右顶点分别为$A$，$B$，过$C$的右焦点$F$的直线交$C$于$M$，$N$两点，问：直线$AM$与直线$BN$的斜率之比是否为定值？若为定值，求出该定值；若不为定值，请说明理由．

22.已知函数$f(x)=xln x+mx$，且曲线$y=f(x)$在点$\left(1,f(1)\right)$处的切线斜率为$1$．

$(1)$求实数$m$的值；

$(2)$设$g(x)=\frac{af(x)}{x}+x^{2}−8x(a\in R)$在定义域内有两个不同的极值点$x\_{1}$、$x\_{2}$，求实数$a$的取值范围；

$(3)$在$(2)$的条件下，令$x\_{1}<x\_{2}$且$x\_{1}\ne 1$，总有$(t−2)(4+3x\_{1}−x\_{1}^{2})<\frac{aln x\_{1}}{1−x\_{1}}$成立，求实数$t$的取值范围．