**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期周练7试卷**

测试范围：解析几何、导数、空间向量、计数原理、概率、统计

命题人：周国祥 审题人：鲁媛媛 时间：2022年4月16日

**一．单项选择题：本大题共8个小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．若，则*m*等于（ ）

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

【详解】由已知得*m*(*m*－1)(*m*－2)＝6×，解得*m*＝7.

故选：C.

2．肖明同学从8道概率题和2道排列题中选3道题进行测试，则他至少选中1道排列题的选法有（ ）

A. 56 B. 64 C. 72 D. 144

【详解】从8道概率题和2道排列题中选3道题进行测试，至少选中1道排列题选法有.

故选：B.

3．抛物线的焦点到双曲线的渐近线的距离是（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

【详解】因为抛物线的焦点坐标为，双曲线的渐近线方程为,

由点到直线的距离公式可得.

故选：B

4．向量，，若，且，则的值为（ ）

A.  B. 1 C.  D. 4

【详解】因为向量，，所以，解得，

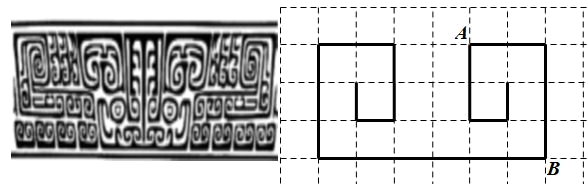
所以向量，

因为，所以，所以，

所以的值为.

故选：C.

5．饕餮（tāo tiè）纹，青铜器上常见的花纹之一，盛行于商代至西周早期，最早出现在距今五千年前长江下游地区的良渚文化玉器上.有人将饕餮纹的一部分画到方格纸上，如图所示，每个小方格的边长为1，有一质点从*A*点出发跳动五次到达点*B*，每次向右或向下跳一个单位长度，且向右或向下跳是等可能性的，那么质点跳动的路线恰好在饕餮纹上的概率为（ ）



A.  B.  C.  D. 

详解】质点从点出发跳动五次到达点，每次向右或向下跳一个单位长度，基本事件总数有：

右右下下下，右下右下下，右下下右下，右下下下右，下右右下下，

下右下右下，下右下下右，下下下右右，下下右右下，下下右下右，共10种，

其中恰好是沿着饕餮纹的路线到达的情况有1种，右右下下下，

恰好是沿着饕餮纹的路线到达的概率为．

故选：D．

6．若是函数的极值点，则的极小值为．

A.  B.  C.  D. 

【详解】由题可得，

因为，所以，，故，

令，解得或，

所以在上单调递增，在上单调递减，

所以的极小值为，故选A．

7．由0~9这10个数组成的三位数中，各位数字按严格递增（如“145”）或严格递减（如“321”）顺序排列的数的个数是（ ）

A. 120 B. 168 C. 204 D. 216

【详解】先不考虑0的情况，

则从这9个数字中选出3个数字，共种情形，当三个数字确定以后，这三个数字按严格递增或严格递减排列共有2种情况，根据分步计数原理知共有＝168.

再考虑有0时，不可能组成严格递增的数，如果组成严格递减的数，则0在个位，前两位从这9个数字中选出2个数字，共种情形.

所以共

故选：C

8．定义在上的函数满足，且，则不等式的解集为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【详解】令，， 则，  
，即，  
在上恒成立， 在上单调递增，  
 而， ，  
不等式，即为，即为，  
故，即， 不等式的解集为  
故选

**二．多项选择题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分．**

9. 函数在区间上（ ）

A. 有最大值，无最小值 B. 有最小值，无最大值

C. 函数存在唯一的零点 D. 函数存在唯一的极值点

【答案】BD

【详解】解：因为，，所以，令，则，令，则，所以在上单调递减，在上单调递增，所以函数在处取得极小值即最小值，所以，即函数有最小值，无最大值，存在唯一的极值点，又，所以，所以恒成立，故函数在上不存在零点；

故选：BD

10. 甲罐中有5个红球，2个白球和3个黑球，乙罐中有4个红球，3个白球和3个黑球，先从甲罐中随机取出一球放入乙罐，分别以事件，和表示从甲罐取出的球是红球，白球和黑球；再从乙罐中随机取出一球，以事件*B*表示从乙罐取出的球是红球，则下列结论中正确的是（ ）

A. 事件*B*与事件相互独立 B. ，，是两两互斥的事件

C.  D. 

【答案】BCD

【详解】解：由题意，，是两两互斥的事件，故B正确；

又，，，，由此知，C正确；

同理可得，，

而，故D正确．

因为，即，所以事件*B*与事件不相互独立，故A错误；

故选：BCD．

11. 下列结论正确的是（ ）

A. 

B. 多项式展开式中的系数为52

C. 若，则

D. 

【答案】ACD

【详解】对于A，



，故A正确；

对于B，的展开式的通项为，要求的系数，，

当时，有，其中的系数为；

当时，有，不存在；

当时，有，其中的系数为；

当时，有，不存在.

故多项式展开式中的系数为，故B不正确；

对于C，的展开式的通项为，可知，，

所以，

所以令，有，

因此.

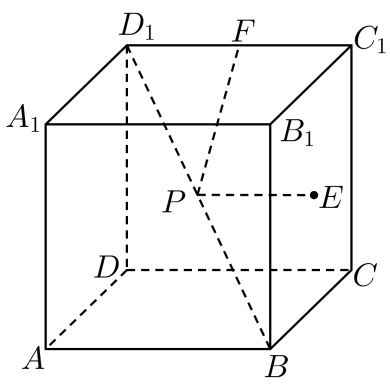
故C正确；

对于D，

，故D正确.

故选：ACD

12. 如图，在棱长为1的正方体*ABCD*—中，*E*为侧面的中心，*F*是棱的中点，若点*P*为线段上的动点，*N*为*ABCD*所在平面内的动点，则下列说法正确的是（ ）

A. ·的最小值为

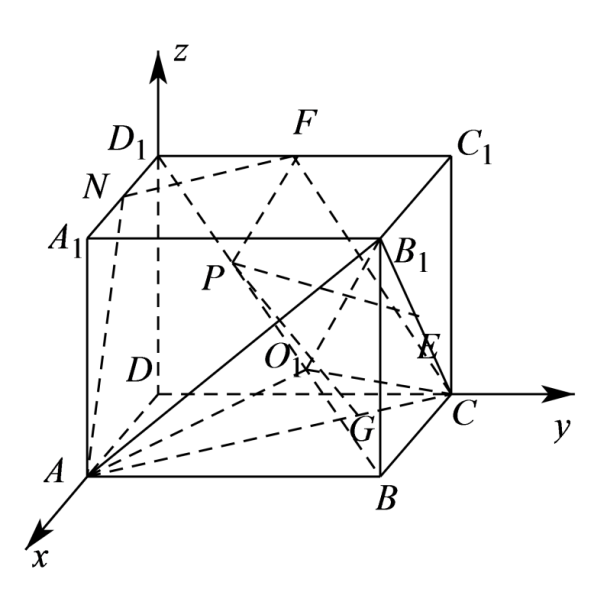
B. 若，则平面*PAC*截正方体所得截面的面积为

C. 若与*AB*所成的角为，则*N*点的轨迹为双曲线的一部分

D. 若正方体绕旋转θ角度后与其自身重合，则θ的最小值是

【答案】BCD

【详解】建立如图所示的空间直角坐标系，正方体棱长为1，

则，，，，,

对于A，，设，，所以，，，

，

所以时，，A不正确；

对于B，，则是上靠近的三等分点，，

取上靠近的三等分点，则，

，显然与平面的法向量垂直，因此平面，

所以截面与平面的交线与平行，作交于点，

设，则，由得，解得，

则与重合，因此取中点，易得，截面为，它是等腰梯形，

，，，梯形的高为，

截面面积为，B正确；

对于C，，若与*AB*所成的角为，则有，两边平方化简整理有，C正确；

对于D，，，，，，

，，同理，

所以是平面的一个法向量，即平面，设垂足为，则，是正方体的外接球的直径，因此正方体绕旋转角度后与其自身重合，至少旋转．D正确．

故选：BCD．

三．**填空题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．**

13. 已知点，平面*a*经过原点*O*，且垂直于向量，则点*A*到平面*a*的距离为\_\_\_ \_\_．

【答案】

【详解】由题意，，，

，

所以点到平面的距离为.

故答案为：.

14. 根据下列数据

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 9 |  | 10 |  | 11 |
| *Y* | 11 | 10 | 8 | 6 | 5 |

求得关于*x*的关系，则时*y*的估计值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【详解】由题意可得，，  
，  
因为线性回归方程经过样本中心，则有，解得，  
故线性回归方程为，  
当时，，则时*y*的估计值为  
故答案为：

15.将5名北京冬奥会志愿者全部分配到花样滑冰､短道速滑､高山滑雪3个项目进行培训，每名志愿者只分配到一个项目，每个项目至少分配一名志愿者，并且甲､乙两名志愿者必须分配在一起，则共有种不同的分配方式\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】36

【详解】由题设，5名北京冬奥会志愿者分配到3个项目进行培训的有两类分组：

1、各组人数以分组，共有种；

2、各组人数以分组，共有种；

∴共有种分配方式.

故答案为：.

16. 设定义在*R*上的函数满足，且当时.已知0满足.若恒成立（e为自然对数的底数），则实数*a*的最大值为\_\_\_ \_\_．

【答案】

【详解】解：令函数，因为，

，

为奇函数，

当时，，在上单调递减，

在上单调递减．

因为满足，即，

 ，即，

因为恒成立，即，

令，，则恒成立，所以在上单调递减，所以，所以，则实数的最大值为；

故答案为：

**四．解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 为了某次的航天飞行，现准备从10名预备队员（其中男6人，女4人）中选4人参加航天任务．

（1）若男甲和女乙同时被选中，共有多少种选法？

（2）若至少两名男航天员参加此次航天任务，问共有几种选法？

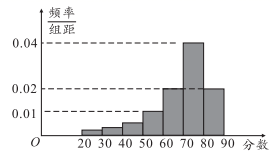
（3）若选中的四个航天员分配到三个实验室去，其中每个实验室至少一个航天员，共有多少种选派法？

【详解】（1）若男甲和女乙同时被选中，剩下的2人从8人中任选2人即可．即有种；

（2）至少两名男航天员，可以分为2名，3名，4名三类，利用分类计数原理可得种；

（3）先选4名航天员，然后把这4名航天员可以分一组，再分配到三个实验室去，共有种．

18. 某公司为调查某产品的市场满意度，对市场进行调研测评，测评方式：从全体消费者中随机抽取1000人给该商品打分，得分在60分以下视为“不满意”，得分在区间上视为“基本满意”，得分在80分及以上视为“非常满意”．现将他们给该商品打的分数分组：得到如下频率分布直方图：



（1）对“基本满意”与“非常满意”进行跟踪调查，根据上述的统计数据填写列联表，并通过计算判断是否有的概率认为消费者对该商品的满意度与年龄有关．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 基本满意 | 非常满意 | 总计 |
| 年龄 | 350 |  |  |
| 年龄 |  | 110 |  |
| 总计 |  |  | 800 |

附：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| *k* |  |  |  |

（2） 从（1）中基本满意的人员中用分层抽样的方法抽取12人，进行二次调查，对产品提出改进意见，并进行评比．最终有三人获奖人中每人是否获奖视为等可能的，求获奖人员中年龄小于30的人数*X*的概率分布及数学期望．

【详解】（1）基本满意的总人数为人，  
非常满意的总人数为人，  
列联表如下，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 基本满意 | 非常满意 | 总计 |
| 年龄 | 350 | 90 | 440 |
| 年龄 | 250 | 110 | 360 |
| 总计 | 600 | 200 | 800 |

，  
没有的概率认为消费者对该商品的满意度与年龄有关

（2）根据分层抽样，年龄的人有7个人，年龄人有5个人，  
   年龄的人数*X*的取值可能为0，1，2，3，  
 ，　，  
，　，  
所以*X*的概率分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |



19. 某单位有两个销售小组，为调研两组的销售情况，对两个销售组销售人员的销售量单位：件进行数据统计，两组销售量都符合正态分布，其中第一组，第二组

（1）根据概率知识判断，哪一组销售人员销售量超过90的比例高；

（2）为了促进销售，现对销售员进行奖励，其中*A*组每销售一件产品，奖励销售员300元，*B*组每销售一件产品，奖励销售员200元，若消费者选择*A*组产品的概率为，选择*B*组产品的概率为，通过某个时间段的统计，两组共卖出4件产品，求发放奖金总额的概率分布及数学期望．

参考数据：若，则，，

【详解】（1）第一组，第二组                     
     对于：，        
       对于：，      
        
 第二销售组的比例更高．

（2）设发放奖金的奖金的总额为*X*，可能取值为800，900，1000，1100，1200  
              
       


|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 800 | 900 | 1000 | 1100 | 1200 |
| *P* |  |  |  |  |  |



20. 已知椭圆：的左、右焦点分别为，，椭圆的离心率为，椭圆上的一点*P*满足轴，且|.

（1）求椭圆的标准方程：

（2）已知点*A*为椭圆的左顶点，若点*B*，*C*为椭圆上异于点*A*的动点，设直线*AB*，*AC*的斜率分别为*kAB*，*kAC*，且，求证：直线*BC*过定点.

【详解】

（1）由椭圆上的一点满足轴，且，可得，即，

又由椭圆的离心率为，可得，即，

因为，联立方程组，可得，

所以椭圆的标准方程为.

（2）由椭圆，可得，

由题意可知直线的斜率一定存在，设直线的方程为，则，

联立方程组，整理得，

则，

由，可得，

即，

可得，

整理得，所以，所以或（舍去），

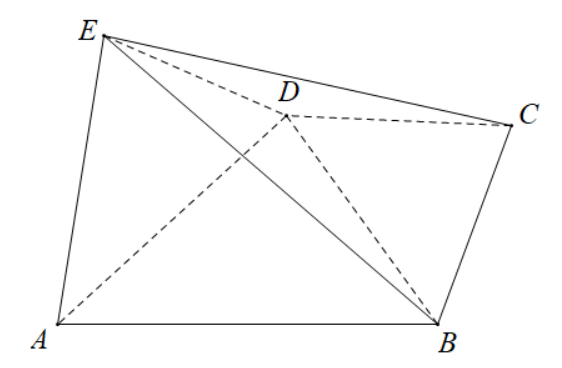
所以直线的方程为，即，

当时，，可得直线过定点.

21. 如图，四棱锥中，平面*EAD*⊥平面*ABCD*，，且，．

（1）求证：*BD*⊥平面*ADE*；

（2）求*BE*与平面*CDE*所成角的正弦值；

（3）在线段*CE*上是否存在一点*F*使得平面*BDF*⊥平面*CDE*，若存在，请求出*F*的具体位置：若不存在，请说明理由．

【详解】

（1）由，,可得．

由，且，可得．

又，所以．

又平面平面，

平面平面，

平面，

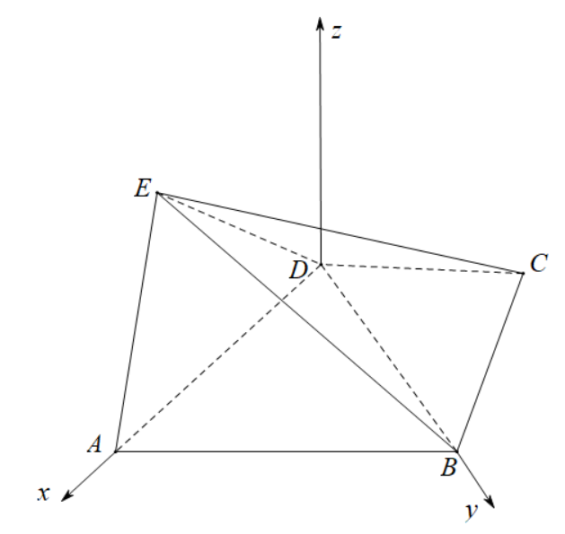
所以平面．

（2）如图建立空间直角坐标系，

则，，，，

，，．

设是平面的一个法向量，则，，

即，

令，则．

设直线与平面所成的角为，

则．

所以和平面所成的角的正弦值．

（3）设，，．

，，，.

则．

设是平面一个法向量，则，，

即

令，则．

若平面平面，则，即，.

所以，即，

解得，所以.

所以，在线段上存在一点使得平面平面，且.

22．已知函数为实数，是自然对数的底数

当时，求函数在点处的切线方程；

当时，若对于任意恒成立，求实数*a*的范围．

【详解】（1）当时，      ，  
  又     函数在点处的切线方程为

（2）  即为：对于恒成立  
设    设  
   即解     
设，    单调递增    
其中对于，       
必存在唯一的根，及     

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  |  |
|  | - | 0 | + |
|  | ↘ |  | ↗ |

由得：    
对于函数的，单调递增      得到：   
  
